

Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
KANTON SARAJEVO
Ministarstvo za odgoj i
obrazovanje



Босна и Херцеговина
Федерација Босне и Херцеговине
КАНТОН САРАЈЕВО
Министарство за одгој и
образовање

Bosnia and Herzegovina
Federation of Bosnia and Herzegovina
CANTON SARAJEVO
Ministry for Education

INSTITUT ZA RAZVOJ
PREDUNIVERZITETSKOG
OBRAZOVANJA

KANTON SARAJEVO, BOSNA I HERCEGOVINA



ИНСТИТУТ ЗА РАЗВОЈ
ПРЕДУНИВЕРЗИТЕТСКОГ
ОБРАЗОВАЊА

КАНТОН САРАЈЕВО, БОСНА И ХЕРЦЕГОВИНА

PRE-UNIVERSITY EDUCATION
INSTITUTE OF SARAJEVO CANTON
BOSNIA AND HERZEGOVINA

Matematika

**Nastavni plan i program
sa definisanim ishodima**

SADRŽAJ

PK1 – Opis predmeta	3
PK2 – Ciljevi učenja i podučavanja	4
PK3 – Oblasna struktura predmetnog kurikuluma	4
PK4 – Odgojno-obrazovni ishodi	7
Osnovno obrazovanje.....	7
Godine učenja i podučavanja predmeta: 1	7
Godine učenja i podučavanja predmeta: 2	11
Godine učenja i podučavanja predmeta: 3	14
Godine učenja i podučavanja predmeta: 4	17
Godine učenja i podučavanja predmeta: 5	22
Godine učenja i podučavanja predmeta: 6	26
Godine učenja i podučavanja predmeta: 7	31
Godine učenja i podučavanja predmeta: 8	35
Godine učenja i podučavanja predmeta: 9	40
Srednje obrazovanje - Gimnazije.....	44
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	44
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	51
Godine učenja i podučavanja predmeta: 12	57
Godine učenja i podučavanja predmeta: 13	62
Srednje obrazovanje - Matematičko-informatičko izborno područje.....	69
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	69
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	78
Godine učenja i podučavanja predmeta: 12	85
Godine učenja i podučavanja predmeta: 13	92
Srednje obrazovanje – Tehničke škole	100
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	100
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	107
Godine učenja i podučavanja predmeta: 12	114

Godine učenja i podučavanja predmeta: 13	120
Srednje obrazovanje – Tehničke škole, dva časa	126
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	126
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	132
Godine učenja i podučavanja predmeta: 12	138
Godine učenja i podučavanja predmeta: 13	143
Srednje obrazovanje – Tehničke škole, dvije godine učenja	146
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	146
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	152
Srednje obrazovanje – Srednje stručne škole	158
Godine učenja i podučavanja predmeta: 10	158
Godine učenja i podučavanja predmeta: 11	164
Godine učenja i podučavanja predmeta: 12	169
PK5 – Učenje i podučavanje	171
Matematika - Učenje i podučavanje.....	171
PK6 – Vrednovanje u predmetnom kurikulumu.....	175
Profil i stručna sprema.....	176

PK1 – Opis predmeta

Matematika je fundamentalan dio ljudske misli, sastavni je dio razumijevanja svijeta i nas samih. Ona pruža efikasan način izgradnje mentalne discipline i podstiče logičko zaključivanje.

Predmet Matematika izučava se kroz sve razrede osnovne i srednje škole. Matematičko obrazovanje daje širok spektar znanja i vještina koje pomažu u razvijanju razumijevanja svijeta i socijalne interakcije. Predmet matematika daje jezik i sistem kojim se mogu analizirati, opisati i objasniti iskustva, predviđanja i rješavanje problema.

Sticanje znanja i vještina iz ovog predmeta podstiče kreativni i estetski razvoj i poboljšava rasuđivanje korištenjem različitih istraživačkih tehnika u matematičkom kontekstu. Matematičko znanje igra važnu ulogu u razumijevanju sadržaja iz drugih nastavnih predmeta u okviru prirodnih i društvenih nauka, te muzike i umjetnosti. Matematika uz druge nastavne predmete razvija strpljenje, istrajnost, urednost, dosljednost i znatiželju. Ostala područja obogaćuju matematiku stvaranjem novih izazova, a temeljito planiranje, povezivanje i primjena doprinose njenoj sveobuhvatnosti.

Matematika razvija matematičku pismenost koja je presudna za pojedinca da živi efikasnijim životom kao konstruktivan, aktivan i odgovoran građanin. Razumijevanje ključnih matematičkih pojmova olakšava snalaženje u modernoj svakodnevnicu. Primjena znanja i različitih načina prikazivanja matematičkih elemenata doprinijet će sveobuhvatnijoj spoznaji društva i razvijanju interesa za bavljenje naukom, te orijentaciji ka tehnološkoj karijeri. Time se unapređuje učenje i razvoj vještina za svakodnevni život uz jačanje ličnih kapaciteta učenika.

Razvijanje logičkog mišljenja, sistemsko proučavanje tvrdnji i generisanje zaključaka čine osnovu matematičke spoznaje. Matematika učenicima pomaže da razmišljaju nekoliko koraka unaprijed, te da predviđaju moguće situacije, probleme kao i rješenja tih problema. Njeno podučavanje u vidu koncentričnih krugova, iz godine u godinu doprinosi razvoju trajnih i funkcionalnih znanja čiji se obimi povećavaju srazmjerno uzrastu učenika. U osnovnoj školi se izučava većinom induktivnim putem doprinoseći tako razumijevanju prirode i društvene sredine, dok se u srednjoj školi koristi najčešće deduktivni, apstraktniji pristup i složeniji matematički aparat.

Dakle, u matematici je potrebno podučavati od konkretnih, učeniku bliskih situacija, prema apstraktnom modelovanju i opisivanju.

Matematika je važan alat za suočavanje sa izazovima i problemima u ličnom, profesionalnom, društvenom i naučnom aspektu naših života. Matematička pismenost, kao jedna od ključnih kompetencija, važan je preduslov ostvarenja ličnih potencijala, primjene matematičkih strategija, upravljanja vlastitim životom i opredjeljenja za cjeloživotno učenje. Moć matematike je u znakovima koji imaju vlastitu "gramatiku". Učenje i poučavanje na primjerima situacija iz svakodnevnice mogu djelovati motivirajuće na učenike.

Stvaranje predodžbi o okolnom svijetu, rad s modelima i opisivanje odnosa podstiče razumijevanje i opisivanje kvantitativnih i prostornih odnosa, koji prožimaju svijet oko nas. Odabranim strategijama i tehnikama korištenim za opisivanje istraženog teži se ka razumijevanju pojava iz različitih perspektiva što doprinosi sveobuhvatnom razumijevanju istih.

Savremena nastava matematike bazirana je na aktivnostima rješavanja problemskih situacija, modeliranju, korištenju matematičkih predstava i koncepata i naučno utemeljenom argumentiranju matematičkih i drugih ideja.

PK2 – Ciljevi učenja i podučavanja

Učenici će u toku učenja i podučavanja matematike:

1. Ovladati vještinom korištenja jezika matematike: interpretiranje i korištenje različitih prikaza informacija, te argumentovano raspravljanje, zaključivanje i dokazivanje;
2. Razvijati logičko, kreativno i kritičko promišljanje u raznovrsnim kontekstima: primjena matematičkih pojmova i koncepata u svakodnevnom radu i životu, modeliranje i rješavanje problemskih situacija.
3. Formirati pozitivne osobine ličnosti (tačnost, urednost, upornost, poduzetnost, odgovornost, preciznost u rješavanju matematičkih zadataka) i njegovati pozitivne radne navike kroz kontinuirani rad, kao i pozitivan odnos prema matematici i radu uopćeno;
4. Razvijati razumjevanja o prirodi matematike i njenim vezama sa drugim naukama, društvenim tokovima i tehnologijom.

PK3 – Oblasna struktura predmetnog kurikuluma

Uvažavajući Zajedničku jezgru nastavnih planova i programa za matematičko područje definisanu na ishodima učenja, predmet Matematika se u osnovnim i srednjim školama izučava kroz sljedeće četiri oblasti:

A: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

B: ALGEBRA

C: GEOMETRIJA I MJERENJA

D: PODACI I VJEROVATNOĆA

SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

A

Oblast Skupovi, brojevi i operacije sadrži dvije komponente:

Skupovi, brojevi i brojevni sistemi, Računske operacije.

Kroz skupove, brojeve i operacije učenici postepeno usvajaju apstraktne pojmove. Učenici se upoznaju sa različitim načinima zadavanja skupova, osnovnim operacijama sa skupovima, te postepeno sa skupovima prirodnih, cijelih, racionalnih, realnih i kompleksnih brojeva, čime se razvija svijest o brojevima. Povezuju njihove različite interpretacije i upotrebom njihovih osnovnih svojstava i međusobnih veza razvijaju vještine računanja. Odabirom odgovarajućeg načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnog života, upotrebom različitih tehnika i metoda u svrhu efikasnosti i tačnosti. Koncepti iz oblasti Skupovi, brojevi i operacije su osnova svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi dalje učenje matematike, a od učenika se očekuje da te koncepte svakodnevno upotrebljavaju u vlastitom radnom i društvenom okruženju.

ALGEBRA

B

Oblast Algebra sadrži tri komponente:

Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i primjena, Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje, Elementi logike.

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojima slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a promjenljive se koriste pri rješavanju matematičkih problema. U oblasti Algebra, učenici se koriste različitim vrstama prikaza; grade algebarske izraze, tablice, dijagrame i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija; uočavaju nepoznate i rješavaju jednačine i nejednačine računski, provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i uz pomoć tehnologije, kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u odgovarajućem kontekstu. Određene algebarske procedure se koriste i za primjenu formula i dokazivanje pretpostavki. Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem međuovisnosti veličina jezikom algebre, učenici definišu funkcije koje proučavaju, tumače, porede, grafički prikazuju i upoznaju njihove osobine. Osim toga, modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz stvarnog života. Ova oblast ima izrazit doprinos u razvijanju kompetencije korištenja raznovrsnih matematičkih predstavljanja i ima veliku primjenu u fizici, hemiji, informatici, geografiji i tehničkim naukama.

GEOMETRIJA I MJERENJA

C

Oblast Geometrija i mjerenja sadrži dvije komponente:

Likovi, tijela i transformacije, Mjere i mjerenja.

Geometrija i mjerenja imaju veoma značajnu ulogu, kako u matematici tako i u drugim predmetima i okruženju. Podučavanjem geometrije i mjerenja razvija se:

spodobnost razumijevanja prostora koji nas okružuje, kao i položaja, veličine i oblika predmeta u prostoru

spodobnost povezivanja brojeva i mjerenja kako bi bili u stanju primijeniti i razumjeti odnos oblika i veličine u svakodnevnom životu, s posebnim osvrtom na mjerenja dužine, površine i zapremine i uzajamni odnos duži i pravih linija, uglova, likova i tijela

spodobnost prevođenja tekstualno opisanih problema u (mentalne) slike i njihovo analiziranje.

Zavisno od situacije kombinovat će različite vrste mjernih jedinica i vršiti njihovo preračunavanje, utvrditi mjerljiva obilježja objekata i pojava, osmišljavati i rješavati problemske situacije povezane sa različitim svojstvima standardnih i nestandardnih dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih figura. Upotrebom geometrijskog pribora i IKT učenici istražuju svojstva geometrijskih figura i transformacija. Kod geometrije je poželjno koristiti hands-on pristup (npr. dizajniranje geometrijskih tijela traženih karakteristika i sl).

PODACI I VJEROVATNOĆA

D

Oblast Podaci i vjerovatnoća sadrži dvije komponente:

Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka, Elementi vjerovatnoće.

Vjerovatnoća je grana matematike koja ima široku primjenu u svim naučnim oblastima i svakodnevnom životu. Osnove vjerovatnoće dio su gradiva matematike koji se izučava u osnovnim i srednjim školama. Ukoliko učenici uspješno savladaju osnovne pojmove i zakone vjerovatnoće, imat će dobru podlogu za razumijevanje apstraktnih zadataka s kojima će se susretati u kasnijem obrazovanju. Provođenjem različitih istraživanja učenici će prikupljati, organizirati, predstavljati i tumačiti podatke, te predviđati ishode istraživanja. Učenici trebaju razumjeti da grafikoni, dijagrami i grafici pružaju pomoć u organizaciji podataka (i informacija) i daju mogućnost upoređivanja i izvođenja zaključaka o određenim pojavama ili događajima. Učenici bi trebali biti u stanju da vizuelne slike pretvore u tekstualne opise i izvode zaključke na osnovu njih.

PK4 – Odgojno-obrazovni ishodi

Osnovno obrazovanje

Osnovno 1.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 1

A: Skupovi, brojevi i operacije B: Algebra D: Podaci i vjerovatnoća

.1.1

Razlikuje svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih situacija.

Imenuje elemente skupa
Predstavlja skup crtežom
Formira skup prema zadanom obilježju
Izdvaja podskupove unutar posmatranog skupa
Upoređuje skupove prema brojnosti

MTP-1.1.1

.1.2

Koristi simbole i različite prikaze, te primjenjuje svojstva operacija prema kontekstu problema.

Čita i zapisuje glavne i redne brojeve do 10
Upoređuje brojeve do 10 na brojevnoj liniji
Prepoznaje promjenu količine uzrokovanu dodavanjem i oduzimanjem
Dovodi u vezu problemske situacije i daje moguća rješenja
Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 10

MTP-1.1.2

.1.3

Primjenjuje zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.

Identifikuje reprezentativne uzorke
Prepoznaje obrazac prema broju ili uzorku na nekom objektu
Razvrstava podatke u datu tabelu

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skupovi i njihovi elementi; Jednakobrojni skupovi; Brojnost skupa; Brojevi do 10 uključujući i 0; Brojeva linija; Relacije među brojevima; Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10; Veza sabiranja i oduzimanja; Znaci: +, -, =, >, <, ≠; Redni brojevi do 10.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Postupci brojanja, pravilnog čitanja, pisanja ciframa i brojevnom riječi, upoređivanja i prikazivanja brojeva, usvajaju se na konkretnim materijalima kako bi se pravilno oblikovao koncept broja. Nakon skupovnog pristupa, koristiti brojevni. Na brojevnoj liniji upoznati pojmove prethodnik i sljedbenik. Isticati razlike u zapisima glavnog i rednog broja. Osvještavati mogućnosti različitih prikaza broja: skupovima, rastavom na zbir ili razliku dva broja. Uočavanje uzoraka i nizanje prema zadanom kriteriju povezati s brojanjem od zadanog broja, nizanjem geometrijskih figura po veličini i boji. Znakove $>$, $<$, $=$ i $\neq$ pisati između brojeva, a ne između ilustracija. Za količinu koristiti termine više-manje, a za brojeve veći-manji. Sabiranje i oduzimanje uvoditi putem konkretnih primjera iz neposredne okoline. Postepeno preći na matematički zapis. Težiti ka automatizaciji sabiranja i oduzimanja brojeva do 10. Navikavati učenike na korištenje tabele prilikom razvrstavanja (prikazivanja) podataka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. pravilno čitanje i zapisivanje brojevnih riječi); Moja okolina (npr. opis pojava iz okruženja uz upotrebu brojevnih riječi i prebrojavanja); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. tabelarni prikaz podataka); Likovna kultura (npr. tačka, linija, površ-vizuelno razlikovanje i izražavanje različitim bojama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sadržaji ove tematske cjeline se mogu smatrati opštekulturnim sadržajima. Neke od ključnih vještina su pisanje i čitanje brojeva, te primjena operacija sabiranja i oduzimanja u svakodnevnom životu. Realizacijom časova integrisanog sadržaja učenici razvijaju i primjenjuju stečene kompetencije. Učenike učimo strpljenju, istrajnosti, urednosti, dosljednosti. Polazna tačka su vlastita iskustva i zapažanja učenika. Treba podsticati učenike da pitaju i slušaju, da međusobno komuniciraju i izražavaju svoje ideje. Potrebno je razvijati logičko mišljenje, sposobnost pamćenja, kreativnost i osjećaj za estetske i etičke vrijednosti kroz igru, pjesmu i različite interakcije. Podsticati osnovne vještine informacijsko-komunikacijskih tehnologija putem raznih vježbi. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje i potrebu za kontinuiranim učenjem.

B: Algebra. C: Geometrija i mjerenja

.1.1

Razlikuje predmete i odnose među njima.

Poredi predmete prema položaju objekta, boji, dužini, širini, debljini i visini
Prepoznaje orijentire u prostoru

MTP-2.1.1

.1.2

Razlikuje konvencionalne mjere i mjerne instrumente.

Prepoznaje mjerljiva obilježja objekata
Primjenjuje nekonvencionalne mjere
Identifikuje nepouzdanost nekonvencionalnih mjera
Povezuje jedinice sa odgovarajućim veličinama (metar, kilogram, litar, sat, konvertibilna marka)

MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Boje (crvena, plava, žuta, zelena, narandžasta, smeđa, ljubičasta, bijela, crna, roza); Relacije (biti veliko, malo, dugačko, kratko, široko, usko, debelo, tanko, visoko, nisko; biti veće, manje, duže, kraće, šire, uže, deblje, tanje, više, niže; biti najveće, najmanje, najduže, najkraće, najšire, najuže, najdeblje, najtanje, najviše, najniže; biti blizu, daleko, desno, lijevo, ispred, između, iza, iznad, na, ispod, pored, uspravno, koso, vodoravno); Mjerenje dužine, mase, zapremine tečnosti, vremena, te novac; Jedinice za mjerenje (metar, kilogram, litar, sat, konvertibilna marka); Mjerila (razni metri: krojački, zidarski; razne vage, razne posude za mjerenje zapremine tečnosti; razni satovi).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Upoređivanje predmeta vršiti prema istom svojstvu (veličini, debljini, boji, položaju...). Nakon upoređivanja procjenjivati rezultate poređenja. Koristiti realistične zadatke. Sadržajima pristupiti istraživački i eksperimentalno. Nakon upoređivanja predmeta po nekom svojstvu uvodi se mjerenje. Fokus treba biti na shvatanju potrebe za mjerenjem uz primjenu neformalnog načina mjerenja. Standardne jedinice za mjerenje se uvode kroz jednostavne primjere iz svakodnevnog života u kojima se one prirodno koriste. Važno je istaći praktično mjerenje dužine nestandardnim mjernim jedinicama kako bi se uočili i zatim primjenjivali principi mjerenja. Učenike treba upoznati i sa njihovim oznakama (m, l, kg, h), te odgovarajućim standardnim i nestandardnim mjernim instrumentima. Zadaci trebaju biti praktični i kretati se od potrebe za mjerenjem, do uočavanja životnih situacija u kojima se određena mjerna jedinica pojavljuje.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. prostorni odnosi u aktivnostima); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. odgovaranje punom rečenicom); Moja okolina (npr. orijentacija u vremenu i prostoru); Likovna kultura (npr. grafičko predstavljanje različitih veličina)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ključne vještine koje učenik stiče u okviru ove tematske cjeline su vještine upoređivanja i procjenjivanja prema određenom kriteriju, te shvatanje potrebe za mjerenjem univerzalnim jedinicama. Učenici se navode na praktično razmišljanje, na tačno zapažanje, na zaključak o neophodnosti mjerenja, te da uvide da postoji nešto što je zajedničko svim ljudima (univerzalne mjere). Time dolazi do razvoja logičkog i prostornog razmišljanja, te do povećanja želje za novim znanjem i samostalnim traženjem novih informacija. Razvijanjem ovih vještina učenike učimo strpljenju, urednosti, kreativnosti. Vođeni ljubaznošću i dobrim manirima, učenike tretirati s poštovanjem.

C: Geometrija i mjerenja

.1.1

Razlikuje prostorne i ravanske geometrijske oblike.

Grupiše reprezentativne predstavnike geometrijskih tijela prema oblicima

Grupiše reprezentativne predstavnike geometrijskih likova prema oblicima

Prepoznaje sličnosti predmeta iz neposrednog okruženja sa geometrijskim oblicima

Izrađuje modele geometrijskih tijela od različitih materijala

MTP-3.1.1

.1.2

Identifikuje svojstva i odnose geometrijskih elemenata.

Razlikuje i crta linije

Opisuje šta je unutar, šta izvan, a šta na zatvorenoj liniji

Predmeti oblika lopte, kocke, valjka, piramide i kvadra; Likovi oblika pravougaonika, kvadrata, kruga i trougla; Otvorene i zatvorene krive (zakrivljene) i prave (ravne) linije; Unutar – izvan – na liniji; Tačka.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Zbog bliskosti sa trodimenzionalnim prostorom, izučavanje geometrije počinje sa prepoznavanjem i pravilnim imenovanjem oblika geometrijskih tijela, počevši sa konkretnim modelima, a ne ilustracijama. Učenici trebaju manipulirati raznim modelima i dovoditi ih u vezu sa predmetima iz okoline. Razlikovati predmet od njegovog oblika. Prikazivati geometrijska tijela i likove u različitim položajima. Naglašavati (npr. bojanjem) da geometrijski likovi nisu samo ivice koje ih ograničavaju, već da zauzimaju određenu površinu. Tačku uvesti kao presjek dvije linije i taj presjek označavati malim kružićem ili malim iksićem. Paziti da dijete ne poistovijeti izrezani model sa samim likom i kružić ili iksić sa tačkom. Linije ne demonstrirati pomoću trake ili sličnih modela koji imaju i neku drugu dimenziju (osim dužine). Može se iskoristiti ideja Froebelovih poklona.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. izražajno čitanje teksta zadatka); Likovna kultura (npr. linija kao dio kompozicije, oblikovanje i stvaranje kompozicije); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. prepoznavanje različitih oblika pri igrama); Moja okolina (npr. upoznavanje okoline i različitih prirodnih i vještačkih oblika); Informatika (npr. prikazivanje geometrijskih figura pomoću kompjuterskih simulacija)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Poznavanje oblika navedenih u ovoj tematskoj cjelini pripada opštoj kulturi, te su mogućnost tačnog prepoznavanja i imenovanja određenog oblika ključne vještine koje učenik stiče u okviru ove tematske cjeline. Primjena naučenog u svakodnevnim aktivnostima doprinosi razvoju ovih kompetencija, te uči učenike da pažljivo posmatraju, razmišljaju i opisuju svojim riječima ono što ih okružuje. Poticati učenike na vlastite ideje, te im davati priliku da sami uoče neke probleme i predlože rješenje. Razvijati tačnost, upornost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti, a podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Kroz igrice učenike poticati na korištenje informacijsko-komunikacijskih tehnologija u istraživačkom radu.

Osnovno 2.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 2

A: Skupovi, brojevi i operacije B: Algebra D: Podaci i vjerovatnoća

.2.1

Objašnjava svojstva i odnose brojeva, te koristi simbole i različite prikaze.

Čita i zapisuje brojeve do 100

Formira brojevni niz

Koristi oznake za rimske brojeve do 20

Prevodi numerički zapis u verbalni i obrnuto

MTP-1.1.2

.2.2

Bira i kombinuje strategije i operacije za rješavanje problema.

Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja brojeva u skupu brojeva do 20

Identifikuje vezu sabiranja i oduzimanja

Izračunava nepoznatu vrijednost

Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja sa višekratnicima broja 10 u skupu brojeva do 100

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Brojevi do 20; Sabiranje i oduzimanje brojeva do 20; Upoređivanje brojeva do 20; Veza sabiranja i oduzimanja; Svojstva zbira i razlike; Zbir tri sabirka; Zgrade; Brojevi do 20 napisani rimskim ciframa; Slovo kao znak za broj; Pojam višekratnika broja 10; Brojevi do 100; Brojevna linija; Tablica mjesnih vrijednosti; Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100 bez prelaza.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Prvo se uče brojevi do 20, a zatim do 100, te se shodno tome i proširuje primjena računskih radnji sabiranja i oduzimanja. Posebnu pažnju obratiti na nulu u slučaju kada je ona sabirak ili umanjilac. Na odgovarajućim primjerima učenici sami trebaju dolaziti do zaključaka o zakonitostima koje vrijede među brojevima (npr. prethodnik i sljedbenik broja, paran ili neparan broj, rastući i opadajući nizovi brojeva), kao i za računske radnje. Svaku zakonitost treba nakon uočavanja i riječima iskazati. Nove pojmove uvoditi koristeći terminologiju prihvatljivu učeničkom uzrastu, ali poštujući princip naučnosti. Od velikog značaja je rješavanje, a potom i sastavljanje različitih tipova elementarnih tekstualnih zadataka o sabiranju i oduzimanju.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. određivanje broja strofa u pjesmi, transformacije verbalnih i simboličkih zapisa jedne u druge); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. redanje po visini); Moja okolina (npr. broj dana u mjesecu, dan prije i dan poslije određenog dana); Likovna kultura (npr. slikoviti prikaz realnih problemskih situacija); Informatika (npr. prikaz osobina računskih operacija pomoću kompjuterskih simulacija); Muzička kultura (npr. brojalice)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

U okviru ove tematske cjeline se razvija matematičko mišljenje, te se proširuje poznavanje matematičkih pojmova i koncepata što direktno razvija sposobnost učenika za obradu informacija i rješavanje problema. Poticati učenike na samostalni i timski rad, te postavljanje ciljeva i evaluaciju rada, kako bi se osnaživalo samostalno izražavanje učenika usmenim ili pisanim putem. U nastavi koristiti razne

tekstove o svakodnevnom životnim situacijama s brojevnim podacima kako bi se razvijale jezičke kompetencije, te kritički odnos prema dostupnim informacijama. Ohrabrivati učenike na postavljanje pitanja i učešće u raspravama. Iskazivati pozitivna očekivanja. Pružati podršku radoznalosti i želji za novim znanjem. Razvijati tačnost, upornost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

A: Skupovi, brojevi i operacije. C: Geometrija i mjerenja. D: Podaci i vjerovatnoća

.2.1

Kombinuje mjerne jedinice, mjerne instrumente u procesima mjerenja.

Imenuje jedinice za dužinu, masu, zapreminu tečnosti, vrijeme i novac

Objašnjava zašto su nam mjerne jedinice i mjerni instrumenti neophodni u procesu mjerenja

Koristi mjerne instrumente

Zapisuje rezultat mjerenja mjernim brojem i mjernom jedinicom

MTP-3.2.1

Čita i interpretira podatke iz jednostavnih grafičkih prikaza

KLJUČNI SADRŽAJI

Mjerenje dužine. Jedinice za dužinu (metar, decimetar, centimetar); Mjerenje mase. Jedinice za masu (kilogram, dekagram); Jedinice za zapreminu tečnosti (litar, decilitar); Jedinice za vrijeme (sat, minuta); Jedinice za novac (konvertibilna marka, fening); Piktogrami.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Birati primjere kojima će se na zoran način demonstrirati nove mjerne jedinice, uz prethodno ponavljanje već naučenog. Uvesti odgovarajuće oznake. Računski zadaci su poželjni, ali bez preračunavanja u druge mjerne jedinice. Koristiti piktograme za prikaz podataka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. redanje po visini, mjerenje visine, mase); Moja okolina (npr. orijentacija u prostoru); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opisivanje pojava punom rečenicom); Likovna kultura (npr. crtanje); Muzička kultura (npr. kraći-duži ton, brzo-sporo)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati logičko i prostorno mišljenje, te proširivati početno znanje matematičkih pojmova i koncepata vezanih za mjere i mjerenja. Poticati učenike na razmišljanje i diskusiju o prisutnosti mjera i mjerenja u svakodnevnom životu, te tako razvijati svijest o prirodности matematičkih istina. Upućivati učenike da sami osmišljavaju zadatke sa mjerenjem, kako bi razvijali sposobnost i spremnost za upotrebu znanja, te da kritički razmišljaju o potrošnji. Izražavati pozitivne stavove. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjima. Razvijati kreativnost i osjećaj za estetskim vrijednostima. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

B: Algebra. C: Geometrija i mjerenja

.2.1 Koristi svojstva i odnose geometrijskih elemenata uz različite prikaze.	Crta ravne linije koristeći geometrijski pribor Opisuje duž kao najkraće rastojanje između dvije tačke Upoređuje duži Imenuje stranice, strane i vrhove geometrijskih tijela, te stranice i vrhove mnogouglova
MTP-3.1.1	
.2.2 Povezuje geometrijske osobine raznih figura.	Grupiše geometrijska tijela prema zakrivljenim i ravnim površima Identifikuje u svom okruženju ravne i zakrivljene površi Identifikuje međusobnu sličnost predmeta na osnovu njihovih karakteristika
MTP-3.1.2	Prikazuje identifikovane geometrijske osobine pomoću piktograma i tabela
KLJUČNI SADRŽAJI	

Predmeti oblika lopte, kocke, kvadra, valjka, piramide i kupe; Površi; Linije; Tačke; Duž; Upoređivanje duži.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Nakon ponavljanja imenovanja oblika naučenih u prethodnom razredu, proširiti znanja i na sastavne dijelove tih oblika. Prvo se ponove oblici geometrijskih tijela (novi oblik je oblik kupe), a zatim se analiziraju i opisuju njihove površi, nakon tog ivice i na kraju vrhovi. Oblici geometrijskih likova se ponove, a zatim se analiziraju i opisuju njihove ivice, a onda vrhovi. Demonstracija ide od prikaza modela, kao zorne slike tijela, a zatim dlanom se demonstrira površ (površ kao granice predmeta, ravne i zakrivljene), pokretom prsta se demonstrira linija/ivica (ivice kao granice površi, ravne i zakrivljene, izlomljene, duž), a vrhom prsta vrh. Uzimati kao modele one koji imaju kao osnovu mnogougao. Strogo voditi računa o pravilnoj upotrebi termina (posebno na strana/površ i stranica/ivica). Npr. ivica kruga je zakrivljena zatvorena linija, a jedna strana valjka ima oblik kruga. Koristi piktograme i tabele za prikaz podataka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Likovna kultura (npr. oblici i njihova svojstva, različiti materijali); Moja okolina (npr. predmeti u prostoru i njihova klasifikacija prema određenim svojstvima); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. pravilan opis geometrijske figure); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. primjeri odnosa između geometrijskih figura u svakodnevnom okruženju i igri)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati matematičko mišljenje, a posebno prostorni zor. Proširivati početna znanja o matematičkim pojmovima. Izražavati pozitivne stavove. Razvijati tačnost, upornost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjima. Poticati učenike za rad na istraživačkim zadacima uz upotrebu IKT-a u cilju razvoja sposobnosti i spremnosti za praktičnu primjenu znanja, te razumijevanje veza između matematičkih zakonitosti i realnog okruženja. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

Osnovno 3.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 3

A: Skupovi, brojevi i operacije B: Algebra D: Podaci i vjerovatnoća

.3.1

Koristi simbole i različite prikaze.

Koristi redne brojeve do 100

Koristi rimske cifre za brojeve do 100

MTP-1.1.2

.3.2

Bira i kombinuje strategije i operacije za rješavanje problema.

Izvodi računske operacije s brojevima do 100

Izračunava vrijednost nepoznatog broja u jednačinama i nejednačinama primjenjujući vezu suprotnih računskih operacija

Provjerava rješenja jednačina i nejednačina

Koristi računske operacije za rješavanje problemskih zadataka

Čita i interpretira podatke iz kružnih dijagrama i linijskih grafikona

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100; Veza sabiranja i oduzimanja; Brojevni izrazi; Množenje i dijeljenje do 100; Tablica množenja; Tablica dijeljenja; Veza množenja i dijeljenja; Množenje zbira i dijeljenje zbira brojem; Vantablično množenje i vantablično dijeljenje; Redoslijed izvođenja računskih radnji; Upotreba zagrada; Relacije biti veće/manje ili jednako ($\geq$, $\leq$); Jednačine oblika $a \pm x = b$ i $x \pm a = b$; Jednačine oblika $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $a : x = b$, $x : a = b$ i nejednačine oblika $a \pm x > b$, $a \pm x < b$, $x \pm a < b$, $x \pm a > b$; Redni brojevi do 100; Brojevi do 100 napisani rimskim ciframa; Kružni dijagram, linijski grafikon.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Nakon ponavljanja naučenog u prethodnom razredu, zaokružuje se skup zadataka sabiranja i oduzimanja do 100. Primjeri se biraju sistematično uz obavezno oslanjanje na prethodno naučeno i uz minimalno uvođenje novih situacija, kako bi se što temeljitije izgradila vještina sabiranja i oduzimanja brojeva kao vrlo bitan temelj za savladavanje matematičkih sadržaja. Koristiti princip analogije pri zaključivanju. Množenje i dijeljenje (tablično) uvesti postupno uz odgovarajuće zorne primjere i oslanjanje na adekvatne zadatke sabiranja i oduzimanja. Što većim brojem riješenih primjera dovoditi račun do automatizma, te pripremiti učenike za vantablično množenje i dijeljenje. Vježbati mentalno (ili usmeno) računanje (najprije uz zapisivanje djelimičnih rezultata). Zajednički se izvodi tablica množenja brojem, a zatim samostalno tablica množenja broja. Pri izvođenju tablice dijeljenja koristiti zadatke dijeljenja i sadržavanja. Izraze toliko puta veći (manji) broj povezati sa izrazima toliko puta veći (manji) broj. Posebno paziti na redoslijed izvođenja računskih radnji. Koristi kružne dijagrame i linijske grafikone za prikazivanje podataka. Jednačine i nejednačine rješavati koristeći veze između računskih operacija uz obavezno izvršavanje provjere.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. razne igre sa računskim zadacima); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija verbalnih i simboličkih zapisa jednih u druge); Moja okolina (npr. primjena dijagrama i grafikona u realnim životnim situacijama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Proširivanjem znanja iz ove tematske cjeline razvija se matematičko mišljenje, te se produbljuje poznavanje matematičkih pojmova i koncepata. Poticati učenike na samostalan i timski rad, te postavljanje ciljeva i evaluaciju svog rada i rada drugih. Ohrabrivati učenike na međusobnu komunikaciju i izražavanje svojih ideja, kao i na pozitivan odnos prema radu. Tražiti od učenika da čitaju jednostavnije dijagrame, te razvijati tačnost, upornost, urednost i kreativnost.

A: Skupovi, brojevi i operacije. C: Geometrija i mjerenja

.3.1

Razlikuje mjerljiva obilježja objekata i pojava, te koristi mjerne instrumente i mjerne jedinice.

Koristi mjerne jedinice

Predviđa rezultate mjerenja i provjerava tačnost procjene mjerenja

Primjenjuje mjerenja u svakodnevnim problemskim situacijama

MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Jedinice za dužinu (1m, 1 dm, 1 cm); Jedinice za masu (1kg, 1 dag, 1 g); Jedinice za zapreminu tečnosti (1 l, 1 dl, 1 cl); Jedinice za vrijeme (godina, mjesec, sedmica, dan, sat, minuta); Jedinice za novac (KM, F).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Do sada naučeno iz ove tematske cjeline proširiti odgovarajućim primjerima uz demonstraciju. Vježbati praktično odnos između istovrsnih mjernih jedinica, te razgovarati o tim odnosima. Procjenjivati veličine prema zadanim svojstvima. Razlikovati očitavanje vremena i mjerenje vremena.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. mjerenje visine, predviđanje rezultata mjerenja); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija matematičkih zapisa i jezičke i obratno); Moja okolina (npr. mjerenje u svakodnevnom životu)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati logičko i prostorno mišljenje, te proširivati početno znanje matematičkih pojmova i koncepata vezanih za mjere i mjerenja. Poticati učenike na razmišljanje i diskusiju o prisutnosti mjera i mjerenja u svakodnevnom životu, te tako razvijati svijest o prirodности matematičkih istina. Jednostavnijim preračunavanjima u toku rješavanja raznih zadataka izgrađivati svijest o međusobnoj povezanosti i uslovljenosti mjernih jedinica. Upućivati učenike da sami osmišljavaju zadatke sa mjerenjem, kako bi razvijali sposobnost i spremnost za upotrebu znanja, te da kritički razmišljaju o potrošnji. Izražavati pozitivne stavove. Razvijati kreativnost i osjećaj za estetskim vrijednostima. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjima. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

C: Geometrija i mjerenja

.3.1

Razlikuje svojstva geometrijskih elemenata.

Crta geometrijske figure

Koristi simbole za obilježavanje geometrijskih figura

Razlikuje kružnicu i krug

MTP-3.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Duž; Upoređivanje duži; Poluprava; Prava; Krug i kružnica.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Uz korištenje linijara crtati prave linije (duži, poluprave, prave) i označavati ih na odgovarajući način. Posebnu pažnju obratiti na pravilno korištenje linijara (na položaj ruke prilikom njegovog držanja i položaj olovke u odnosu na sam linijar i u odnosu na položaj ruke). Po mogućnosti koristiti papire bez linija. Krug i kružnicu crtati bez upotrebe šestara. Koristiti postupak opcrtavanja određenih figura koje imaju jednu stranu u obliku kruga. Bojanjem površi naglašavati razliku između kruga i kružnice. Terminologiju prilikom imenovanja figura koristiti u strogom matematičkom smislu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Likovna kultura (npr. slaganje-razlaganje, prirodni-vještački oblici); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opisi geometrijskih figura i matematičkih veza); Moja okolina (npr. Prikaz realnih objekata pomoću matematičkih simbola i geometrijskih figura); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. veze između geometrijskih figura i elemenata igre)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati matematičko mišljenje, a posebno prostorni zor. Proširivati početna znanja o matematičkim pojmovima i konceptima, te uočavati odnose među predmetima u cilju razvoja intuitivnog osjećaja za oblike u prostoru. Poticati učenike za rad na istraživačkim zadacima uz upotrebu IKT-a u cilju razvoja sposobnosti i spremnosti za praktičnu primjenu znanja. Izražavati pozitivne stavove. Razvijati tačnost, upornost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjima. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

Osnovno 4.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 4

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. D: Podaci i vjerovatnoća

.4.1

Identifikuje svojstva i odnose brojeva do 100 000.

MTP-1.1.2

Čita i zapisuje brojeve do 100 000

Upoređuje brojeve do 100 000

Zapisuje i čita brojeve prve hiljade rimskim ciframa

Određuje mjesne vrijednosti (J, D, S, H, DH, SH)

.4.2

Bira i kombinuje strategije i operacije za rješavanje problema.

Izvodi četiri računske operacije u skupu četverocifrenih brojeva

Prepoznaje ili zapisuje odgovarajući brojevni izraz koji odgovara datoj problemskoj situaciji

Izračunava vrijednost nepoznatog broja u jednačinama i nejednačinama koristeći suprotne računske operacije

Provjerava rješenja jednačina i nejednačina

Rješava problemske zadatke sa parnim i neparnim brojevima, djeliocima i sadržiocima brojeva i sa zaokruživanjem brojeva

MTP-1.2.1

.4.3

Razvija matematičke pretpostavke i logički zaključuje.

Povezuje po analogiji nizanje brojeva do 100 000 na brojevnoj liniji s nizanjem brojeva do 1000.

Povezuje po analogiji sabiranje i oduzimanje višekratnika dekadnih jedinica sa sabiranjem i oduzimanjem u skupu brojeva do 20.

Diskutuje o konačnom rješenju

Kombinuje dva ili više svojstava brojeva ili računskih operacija u toku rješavanja nekog problemskog zadatka

MTP-2.3.2

.4.4

Određuje razlomke kao dio jednog cijelog ili više cijelih.

Prikazuje razlomke koristeći riječi, cifre i modele

Poredi i reda razlomke jednakih nazivnika (sa nazivnicima 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 i 100)

Sabira ili oduzima razlomke jednakih nazivnika u okviru problemskih situacija

MTP-1.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Brojevi do 100 000; Sabiranje i oduzimanje u skupu četverocifrenih brojeva; Redni brojevi do 1 000; Brojevi do 1 000 napisani rimskim ciframa; Pravila o stalnosti zbira i razlike; Množenje dvocifrenog i jednocifrenog, trocifrenog i jednocifrenog broja, te dva dvocifrena broja. Dijeljenje trocifrenog i jednocifrenog broja; Zakoni komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti; Zadaci sa složenijim brojevnim izrazima; Jednačine oblika: $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $a : x = b$, $x : a = b$; Nejednačine oblika: $a + x < b$, $a \cdot x < b$; Razlomci sa nazivnicima 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 i 100. Pojam brojnika, nazivnika, razlomačke crte.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Skup brojeva do 100 se prvo proširi na skup brojeva do 1 000, a zatim do 10 000, te na kraju do 100 000. Brojeve pisati i arapskim i rimskim ciframa, ističući razliku između cifre i broja. Pravilno je reći „broj napisan rimskim ciframa“, a nije pravilno „rimski broj“. Poštujući postupnost pri pisanju i čitanju novonaučenih brojeva, analogno se proširuje i primjena računskih operacija sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja. Na pažljivo izabranim primjerima zadataka učenici ponavljaju i uče nove sadržaje uz samostalno izvođenje zaključaka o zakonitostima komutacije, asocijacije, distribucije, stalnosti zbira i razlike. Nakon što učenici uvježbaju mentalno (usmeno) sabiranje i oduzimanje do 1000 preći na pisano (algoritamsko) sabiranje i oduzimanje i to koristeći rastavljanje broja na zbir višekratnika dekadskih jedinica, tabelu mjesne vrijednosti i konačno pravilni matematički zapis. Kod oduzimanja s prelazom primjenjivati i različit rastav broja na desetice i jedinice, ali i svojstvo nepromjenljivosti razlike. Na osnovu primjera iz svakodnevnog života demonstrirati dijeljenje s ostatkom, a zatim demonstrirati i vježbati algoritamsko množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem. Uvode se novi jednostavni oblici jednačina sa množenjem i dijeljenjem, te jednostavni oblici nejednačina. Razlomci sa nazivnicima 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 i 100 se uvode strogo putem odgovarajućih modela na isključivo zoran način, te se i sabiranje i oduzimanje razlomaka odvija samo uz pomoć odgovarajućih slika, te se rezultat zapisuje u obliku razlomka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija matematičkih zapisa u verbalne i obrnuto); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. igre koje u svojim postavkama imaju brojeve); Moja okolina (npr. životne situacije sa brojevima); Muzička kultura (npr. trajanje tonova, polovinka, četvrtinka, osminka)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Proširivanjem matematičkih sadržaja ove tematske cjeline razvija se matematičko mišljenje, te se proširuje poznavanje matematičkih pojmova i koncepata, što direktno razvija sposobnost učenika za obradu informacija i rješavanje problema. Vještinu kritičkog promišljanja razvijati rješavanjem problemskih situacija i podsticanjem učenika da pitaju i slušaju, te da međusobno komuniciraju i izražavaju svoje ideje. Poticati učenike na čitanje raznih tekstova sa svakodnevnim životnim situacijama s brojevnim podacima kako bi se razvijale jezičke kompetencije, te kritički odnos prema dostupnim informacijama. Ohrabrivati učenike na samostalan i timski rad, te postavljanje ciljeva i evaluaciju rada, kako bi se osnaživalo samostalno izražavanje učenika usmenim ili pisanim putem. Poticati učenike na međusobno razumijevanje i poštovanje. Iskazivati pozitivne stavove. Razvijati tačnost, upornost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Pružati podršku radoznalosti i želji za novim znanjem. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem i pozitivnim odnosom prema radu.

A: Skupovi, brojevi i operacije. C: Geometrija i mjerenja

.4.1

Razlikuje mjerljiva obilježja objekata, te koristi mjerne instrumente i mjerne jedinice u procesu mjerenja.

Koristi odgovarajuće mjerne instrumente i mjerne jedinice

Preračunava jedinice za mjerenje istovrsnih veličina

Očitava vrijednosti sa mjernih skala

MTP-3.2.1

.4.2

Rješava probleme koji uključuju mjerne jedinice.

Mjeri ili procjenjuje dužinu (mm, cm, dm, m, km)

Rješava standardne i nestandardne probleme sa masom (g, kg), zapreminom tečnosti (ml, l) i vremenom (min, h)

Rješava standardne i nestandardne probleme koji uključuju obim poligona, površinu oblika koji su sačinjeni od kvadrata ili dijelova kvadrata, zapreminu figura koje su sačinjene od kockica

MTP-3.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Mjerenje dužine. Jedinice za mjerenje dužine (1 m, 1 dm, 1cm, 1 mm, 1 dam, 1 hm, 1 km); Mjerenje mase. Jedinice mjerenje mase (1 g, 1 dag, 1kg, 1t, 1 dg, 1 cg, 1 mg); Mjerenje zapremine tečnosti. Jedinice za mjerenje zapremine tečnosti (1l, 1 dl, 1cl, 1 ml, 1 dal, 1hl, 1 kl).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Potrebno je ponoviti do sada naučene mjerne jedinice i mjerne instrumente za dužinu, masu i tečnost, te ih proširiti sa deset, sto, hiljadu puta većim i manjim mjernim jedinicama. Učenici trebaju znati koje su jedinice veće, a koje manje, a u zadacima je dovoljno da znaju preračunavati one jedinice koje se često susreću u svakodnevnom životu. Sve mjerne jedinice demonstrirati na času kako bi učenici stekli i određenu vizuelnu predstavu veličina mjernih jedinica, te ih zorno međusobno upoređivali (kad je to moguće). U zadacima koristi sljedeće mjerne jedinice: mm, cm, m, km, ml, l, g, kg, min, h. Mogu se koristiti i jedinice za novac. Rješavati i standardne (zadaci za koje postoje postupci rješavanja) i nestandardne (zadaci za koje nema poznatog algoritma rješavanja) zadatke.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opisi situacija u kojima se mjeri ili preračunava); Moja okolina (npr. primjena mjernih jedinica u svakodnevnom životu); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. primjena mjernih jedinica u sportskim aktivnostima, mjerenje visine, mase, obim igrališta)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati logičko i prostorno mišljenje, te proširivati znanja vezana za mjere i mjerenja. Poticati učenike na razmišljanje i diskusiju o prisutnosti mjera i mjerenja u svakodnevnom životu, te tako razvijati svijest o prirodnosti matematičkih istina. Jednostavnijim preračunavanjima u toku rješavanja raznih zadataka izgrađivati svijest o međusobnoj povezanosti i uslovljenosti mjernih jedinica. Razvijati svijest o neophodnosti mjerenja u svakodnevnom životu, te shodno tome razvijati i vještine mjerenja odgovarajućim mjernim instrumentima. Procjenjivati rezultate mjerenja u cilju razvoja intuitivnog osjećaja za veličinu neke mjere. Čitati razne informacije koje sadrže rezultate nekih mjerenja, te ih kritički analizirati i diskutovati o njima, što doprinosi razvoju jezičkih kompetencija. Izražavati pozitivne stavove. Razvijati kreativnost i osjećaj za estetskim vrijednostima. Podržavati radoznalost, istrajnost u radu i želju za novim znanjima. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

C: Geometrija i mjerenja

.4.1

Povezuje svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te ih predstavlja grafički.

Identifikuje uzajamne položaje pravih u ravni

Demonstrira postupak crtanja paralelnih i okomitih pravih

Crta pravi ugao i uglove manje ili veće od pravog ugla uz obilježavanje njihovih elemenata

	Konstruiše krug i kružnicu
MTP-3.1.1	
.4.2	
Obrazlaže matematičke argumente o geometrijskim odnosima.	Koristi elementarne osobine (uključujući osnu i centralnu simetriju) da se opišu, uporede, kreiraju uobičajeni dvodimenzionalni oblici (krug, trougao, četverostranični i drugi poligoni)
MTP-3.1.2	Koristi elementarne osobine da opiše i uporedi trodimenzionalne oblike (kocka, kvadar, kupa, valjak, lopta, piramida)
KLJUČNI SADRŽAJI	

Ravan; Prava. Poluprava. Tačka; Paralelne i okomite prave; Ugao; Kružnica i krug; Upotreba geometrijskog pribora; Osnosimetrične figure; Centralnosimetrične figure; Poligoni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pojam ravni, kao i ostale geometrijske pojmove obuhvaćene ovom oblašću demonstrirati induktivno, postupno, krenuvši od neke figure koja je reprezentativan podskup figure/pojma koji se objašnjava, te postupno proširivati taj skup tačaka do veličina manjih od dimenzija učionice, a zatim većih, pa sve do nečeg što u dječijoj svijesti ima simboliku beskonačnog. Za crtanje se koristi geometrijski pribor. Analizirati mogućnosti crtanja prave koja prolazi kroz dvije tačke, kao i one (ili njih) koja prolazi kroz jednu tačku. Posebna pažnja se posvećuje crtanju paralelnih i okomitih pravih i vježba se ta vještina kroz odgovarajuće primjere. Po mogućnosti koristiti papir bez linija. Razlikovati elemente kruga i kružnice (centar, poluprečnik, prečnik). Modelovati ravanske figure od kvadrata ili dijelova kvadrata. Modelovati prostorne figure od kockica. Uočavati zajedničku osobinu osnosimetričnih figura – ako presavijemo papir, polovine crteža će se preklopiti, kao i centralnosimetričnih – uz pomoć prave koja prolazi kroz centar simetrije i šestara, svaku tačku možemo preslikati, uz naglašavanje ose simetrije ili centra simetrije. Za osnosimetrične figure se mogu koristiti i složeniji primjeri, a za centralnosimetrične samo jednostavniji (npr. kvadrat).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Likovna kultura (npr. perspektiva); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. matematički stripovi); Moja okolina (npr. osnosimetrične figure u ravni)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati matematičko mišljenje, a posebno prostorni zor. Modelovanje figura prema datom obrascu se vrši na način da se pomoću datih stvaraju nove i uočavaju nastale promjene, što doprinosi dubljem shvatanju suštine geometrijskih tijela i njihovih svojstava. Uočavati osnosimetrične i centralnosimetrične oblike. Koristiti IKT radi zornijeg prikaza sadržaja i boljeg razumijevanja međusobnih odnosa među geometrijskim figurama u cilju razvoja informatičkih kompetencija, jezičke i posebno matematičke pismenosti. Poticati učenike za rad na istraživačkim zadacima u cilju razvoja sposobnosti i spremnosti za praktičnu primjenu znanja, te razumijevanje veza između matematičkih zakonitosti i realnog okruženja. Razvijati tačnost, upornost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjima. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. C: Geometrija i mjerenja. D: Podaci i vjerovatnoća

.4.1

Koristi raznovrsne podatke u rješavanju problema.

Čita i interpretira podatke iz tabele, piktograma, histograma, linijskih grafikona i kružnih dijagrama

Prikuplja i organizuje podatke u cilju odgovora na pitanje

Grupiše podatke iz jednog ili više izvora

Prikazuje grafičkim putem zaključak baziran na podacima

MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Tabela, piktogram, histogram, linijski grafikon, kružni dijagram.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Koristiti što više različitih prikaza podataka, kako za čitanje i interpretiranje, tako i za njihovo predstavljanje. Zadatke temeljiti na stvarnim problemskim situacijama, te što više koristiti više izvora koje učenici sami trebaju istražiti, te iskoristiti te podatke na što efikasniji i zorniji način. Vještine prikazivanja, interpretiranja i očitavanja podataka sa raznih prikaza koristiti i na drugim časovima, te u svakodnevnom životu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Likovna kultura (npr. slikovit prikaz podataka, aplikacije, ilustracije); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opisi životnih situacija sa podacima); Moja okolina (npr. razni prikazi podataka u sredstvima javnog informisanja: novinama, vijestima, dnevnicima itd); Informatika (npr. prikaz podataka pomoću odgovarajućeg programa); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. prikupljanje i prikaz podataka o učenicima)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati vještine interpretiranja podataka i kritički stav prema informacijama iz okruženja. Koristiti realne životne situacije sa podacima koje treba obraditi, kako bi se stečene vještine mogle primjenjivati u svakodnevnom životu. Koristiti IKT u cilju razvoja informatičkih vještina. Vježbati čitanje raznih prikaza podataka uz obrazlaganje zaključaka. Preferirati timski oblik rada uz isticanje pojedinačnog doprinosa. Hrabriti učenike za argumentovane diskusije, upotrebu dijagrama i različitih tablica.

Osnovno 5.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 5

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. D: Podaci i vjerovatnoća

.5.1

Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema uz korištenje simbola.

Upoređuje prirodne brojeve i nulu

Određuje mjesne vrijednosti cifara prirodnih brojeva i nule

Prikazuje brojeve iz skupa N_0 na brojevnoj polupravoj

Upoređuje osobine računskih operacija u skupu N_0 , kao i u skupu do sada poznatih razlomaka po analogiji

Čita i zapisuje decimalne brojeve s jednim decimalnim mjestom

Prikazuje decimalne brojeve pomoću riječi brojeva i/ili modela

MTP-1.1.2

.5.2

Bira i kombinuje različite operacije za rješavanje problemskih zadataka.

Izvodi računske operacije u skupu N_0 .

Koristi svojstva računskih operacija

Sastavlja brojevni izraz u rješavanju različitih problemskih situacija

Izvodi računske operacije sa decimalnim brojevima

MTP-1.2.1

.5.3

Procjenjuje tačnost i opravdanost izabranih metoda kroz diskusiju o krajnjem rješenju.

Provjerava tačnost dobijenih rješenja primjenjujući veze među računskim operacijama

Povezuje rješenja s odabranim računskim radnjama i obrazlaže ih suprotnim njima tamo gdje je to moguće

Obrazlaže konačno rješenje

MTP-1.1.2

.5.4

Primjenjuje jednačine i nejednačine pri rješavanju problemskih situacija.

Sastavlja jednačinu i nejednačinu koja odgovara tekstu zadatka

Rješava jednačine i nejednačine primjenom veza između računskih operacija

MTP-2.2.1

.5.5

Analizira podatke za određene probleme.

Prikuplja podatke na različite načine

Tumači podatke prikazane grafički

Tumači prikazane podatke u kontekstu konkretne situacije

MTP-4.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Brojevi do 1 000 000; Tablica mjesnih vrijednosti; Sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje brojeva u prvom milionu; Stalnost zbira, razlike, proizvoda i količnika; Svojstva računskih operacija; Jednačine oblika: $x \pm a = b$, $a \pm x = b$, $(x \pm a) \pm b = c$, $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$; Nejednačine oblika: $x \pm a < b$, $a \pm x < b$, $x \pm a \leq b$, $x \pm a > b$, $a \pm x > b$, $x \pm a \geq b$, $a \cdot x > b$, $a \cdot x \geq b$, $a \cdot x < b$, $a \cdot x \leq b$, $x : a < b$; Brojevni izrazi sa operacijama različitog reda sa i bez zagrada; Skup N; Skup N_0 ; Brojeva poluprava; Decimalni brojevi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Konačan skup brojeva se proširuje na beskonačan skup brojeva, uvodeći pojam skupa prirodnih brojeva i skupa prirodnih brojeva proširenog sa nulom, te naglašavajući osobine tih skupova (najmanji broj, zatvorenost, komutativnost, asocijativnost i distributivnost za one računske operacije za koje vrijede, neutralni element). Sve četiri računske operacije se prirodno proširuju u novom beskonačnom skupu brojeva. Strogo se naglašava da je nula broj, ali nije prirodan. Dosadašnji oblici jednačina i nejednačina se proširuju kako u smislu veličine skupa mogućih rješenja, tako i u smislu složenosti oblika, ali se i dalje strogo poštuju principi postupnosti i sistematičnosti. Razlomci se ponavljaju iz prethodnog razreda, a uvode se i decimalni brojevi (sa jednim ili dva decimalna mjesta) koristeći linijar i skalu na njemu. Koristiti primjere sa novcem za demonstraciju sabiranja i oduzimanja sa decimalnim brojevima. Uočiti vezu između nekih razlomaka i decimalnih brojeva (npr. $\frac{1}{2} = 0,5$) koristeći brojevnju liniju sa istaknutim odgovarajućim podiocima.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. Pravilno čitanje i pisanje brojeva); Priroda (npr. mjerenje u okviru raznih prirodnih pojava); Društvo (npr. prikaz društvenih pojava pomoću matematičkih simbola); Kultura življenja (npr. rješavanje problemskih zadataka o zagađenosti životne sredine); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. igre sa brojevnju polupravom)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Proširivanjem konačnog skupa brojeva na beskonačan, te ispitujući razne osobine i zakonitosti novog skupa razvija se sposobnost i spremnost primjene logičkog mišljenja i prikazivanja modela koji imaju univerzalnu primjenu kod objašnjavanja i opisivanja stvarnosti. Poticati učenike na davanje pretpostavki o matematičkim odnosima različitog stepena složenosti uz objašnjenje, što vodi razvoju jezičke pismenosti. Kooperativnim učenjem razvijati istrajnost dovođenja do rješenja problema, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti, te kritičko promišljanje. Podjednako podsticati i samostalan i timski rad. Podsticati učenike za korištenje IKT-a u cilju razvoja informatičke pismenosti. Izražavati pozitivne stavove i razvijati vještine diskutovanja o problemskim situacijama. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem, te pozitivan odnos prema radu. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

C: Geometrija i mjerenja

.5.1

Analizira vrste trouglova i četverouglova.

Razlikuje elemente trouglova

Identifikuje trouglove prema broju jednakih stranica po dužini i/ili prema veličini najvećeg unutrašnjeg ugla

Modelira pravougaonik od kvadrata

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Ugao. Vrste uglova; Trougao. Vrste trouglova; Četverouglovi (pravougaonik, kvadrat).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Uz ponavljanje do sada naučenih geometrijskih pojmova, učenici crtaju razne vrste uglova, trouglova i četverouglova, te ih imenuju, obilježavaju, upoređuju i klasifikuju prema određenim kriterijima. Za crtanje je obavezno koristiti geometrijski pribor, te po mogućnosti koristiti papire bez linija. Fokus bi trebao biti na izgrađivanju vještine korištenja geometrijskog pribora i pamćenju pojmova u strogom smislu, te da učenici mogu na osnovu skice prepoznati što preciznije o kojoj i kakvoj figuri se radi, te da je imenuju kako univerzalnim imenom (npr. trougao), tako i specifičnim putem vrhova (npr. trougao ABC). Prilikom imenovanja figura preko vrhova strogo koristiti pozitivan smjer za čitanje tačaka (smjer suprotan od kretanja kazaljki na satu).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. pravilno imenovanje geometrijske figure, te veza između figura); Likovna kultura (npr. modelovanje geometrijskih figura); Informatika (npr. kompjuterske simulacije geometrijskih figura); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. praktično modelovanje u sali); Priroda (npr. uočavanje raznih figura u prostoru)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati prostorni zor i logičko zaključivanje putem proširivanja poznavanja geometrijskih figura i važnijih odnosa među njima. Tumačiti i primjenjivati stečena znanja. Rad s modelima doprinijet će potpunijem razumijevanju i logičkom produbljivanju spoznaje o prostornim odnosima. Razvijati svijest o realnom i virtuelnom svijetu uz korištenje IKT-a, a istovremeno razvijati sposobnost primjene stečenih znanja u skladu s ljudskim potrebama savremenog doba. Poštivati istinu kao temelj matematičkog razmišljanja. Razvijati sposobnosti generalizovanja i apstrahovanja. Izražavati pozitivan stav. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Razvijati kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. C: Geometrija i mjerenja

.5.1

Razlikuje mjerljiva obilježja dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura.

Opisuje obim kao zbir dužina stranica date figure

Povezuje pojam površine sa površinom kvadra i kocke

Povezuje pojam zapremine sa zapreminom kvadra i kocke

Razlikuje mjerne jedinice za dužinu, površinu i zapreminu

MTP-3.1.1

.5.2

Vrši mjerenja i određuje vrijednost obima, površine i zapremine.

Određuje obim geometrijskih likova uz pomoć formule

Određuje površinu geometrijskih likova i geometrijskih tijela uz pomoć formule

Određuje zapreminu geometrijskih tijela uz pomoć formule

Primjenjuje formule za obim, površinu i zapreminu u zadacima iz svakodnevnog života

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Obim pravougaonika; Obim kvadrata; Obim trougla; Pojam površine; Jedinичne mjere za površinu (1 m^2 , 1 dm^2 , 1 cm^2 , 1 mm^2 , 1 a , 1 ha , 1 km^2); Površina pravougaonika; Površina kvadrata; Mreža kvadra; Mreža kocke; Površina kvadra; Površina kocke; Pojam zapremine; Jedinичne mjere za zapreminu (1 m^3 , 1 dm^3 , 1 cm^3 , 1 mm^3 , 1 dam^3 , 1 hm^3 , 1 km^3); Zapremina kvadra; Zapremina kocke.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Fokus u ovoj tematskoj cjelini mora biti na usvajanju pojmova, te modelovanju svakom od njih (posebno modelovanju pravougaonika od kvadrata i modelovanju kvadra od kocki). Nakon usvajanja pojmova demonstrirati primjere u kojima će učenici razumjeti da je obim ustvari dužina koju mjerimo nekom dužinom (univerzalnom ili dogovorenom), da površinu mjerimo nekom površinom (univerzalnom ili dogovorenom) i da zapreminu mjerimo nekom zapreminom (univerzalnom ili dogovorenom). Formule za računanje obima, površine i zapremine se strogo uvode induktivnim putem uz odgovarajuće skice. Zadatke birati tako da učenici vježbaju upotrebu formula. Mjerne jedinice obavezno uvijek pisati. Razlikovati imenovane od neimenovanih brojeva. U zadacima sa preračunavanjima od učenika očekivati da zapamte one koje se najčešće koriste u realnom životu, a ostale informativno navesti. Povezati zapreminu tačnosti sa zapreminom prostora koji ta tačnost zauzima.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija verbalnih i matematičkih zapisa jednih u druge); Likovna kultura (npr. modelovanje geometrijskih figura); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. obim igrališta)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati prostorni zor i logičko zaključivanje. Suštinskim razumijevanjem koncepata ove tematske cjeline učenici razvijaju vještine primjene računanja traženih mjernih komponenti i na nestandardnim oblicima. Kritički analizirati i procjenjivati problemske situacije iz svakodnevnog života koje zahtijevaju primjenu vještina računanja obima, površine i zapremine. Koristiti mogućnosti IKT-a za predstavljanje i primjenu informacija, te time razvijati informatičku pismenost. Razvijati kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem, te pozitivan odnos prema radu. Izražavati pozitivan stav prema radu kroz primjenu matematičkih znanja u svakodnevnom životu. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

Osnovno 6.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 6

A: Skupovi, brojevi i operacije. D: Podaci i vjerovatnoća

.6.1

Upotrebljava svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.

Predstavlja skupove ekvivalentnim zapisima i grafički (Euler-Vennov dijagram) koristeći simbole.

Formira podskup, uniju, presjek i razliku skupova, uređeni par i direktni proizvod dva skupa.

Formira skupove i izvodi skupovne operacije u primjerima iz svakodnevnog života uz grafičku ilustraciju.

Identifikuje funkciju zadanu riječima i dijagramom vodeći se njenom definicijom.

MTP-1.1.1

.6.2

Analizira podatke prikupljene iz različitih izvora, te ih predstavlja u različitim formama.

Prikuplja podatke potrebne za rješavanje zadatog problema.

Izdvaja podatke prema zadatim kriterijima.

Prikazuje podatke na prikladan način tabelom i dijagramima.

MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup; Skupovne operacije; Dekartov proizvod skupova; Pojam funkcije; Prikazivanje podataka tabelom i dijagramima.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenicima je već poznat termin „skup“ (npr. skup rješenja neke nejednačine). Taj pojam se proširuje na razne primjere skupova i relacija među njima (presjek, unija, razlika, podskup), te se za prikaz skupova koristi Vennov dijagram. Rezultat skupovnih operacija je skup. Obratiti pažnju na pravilno korištenje matematičkih simbola prilikom zapisivanja skupova i skupovnih relacija. Demonstrirati učenicima Dekartov proizvod skupova. Putem skupova uvesti i pojam funkcije naglašavajući uslove iz definicije funkcije. Vennovim dijagramima prikazivati primjere mogućih funkcija, te uočavati zašto nešto jeste, a zašto nije funkcija. Uvesti ih u načine prikupljanja i razvrstavanja podataka, te na njihov prikaz putem tabele i dijagrama.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. izražajno čitanje definicije funkcije radi isticanja riječi „svaki“ i „tačno jedan“); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. primjena Vennovog dijagrama); Likovna kultura (npr. korištenje boja za naglašavanje funkcionalnih veza među elementima); Geografija (prikaz raznih skupova stanovništva); Informatika (npr. Prikaz Vennovog dijagrama pomoću kompjuterskih simulacija); Biologija (npr. Vennov dijagram za prikaz životinjskih vrsta, rodova i sl.)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sadržaji ove tematske cjeline se mogu proučavati kroz interaktivan rad što doprinosi dinamičnoj atmosferi, te potiče učenike na međusobni dijalog, konstruktivne rasprave, te samim tim potiče na samostalno istraživanje i spremnost za kontinuiranim učenjem, te povećava samopouzdanje, samokontrolu i

samoprocjenu. Povećavati sposobnost i spremnost korištenja matematičkih oblika mišljenja, te razvijati kreativnost i inovativnost. Od učenika tražiti da „matematiziraju” situacije i da ih rješavaju pomoću matematičkih alata samostalno ili u grupama u cilju razvoja kritičkog mišljenja. Grupnim oblikom rada povećati motivaciju učenika za rad. Razvijati vještine upravljanja informacijama, te procjenjivanje važnosti i istinitosti tih informacija. Razvijati spremnost na argumentovano iznošenje vlastitih ideja i obrazlaganje vlastitog mišljenja. Razvijati pozitivan odnos prema radu i sposobnost učenika da uči, te njihovu samostalnost, samopouzdanje i samoprocjenu.

C: Geometrija i mjerenja

C.6.1

Povezuje svojstva i odnose kružnice, kruga i uglova.

Predstavlja uglove, kružnicu i krug u ravni koristeći matematičke simbole.

Izvodi operacije sa uglovima primjenjujući njihove osobine.

Razlikuje centralne i periferijske uglove kružnice, njihove osobine i međusobni odnos

Utvrdjuje međusobni odnos kružnice i prave kao i odnos dvije kružnice u ravni

Razlikuje mjerne jedinice za uglove, te računa tim mjernim jedinicama

MTP-3.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skupovi tačaka u ravni; Izlomljena linija, mnogougao; Kružnica i krug; Prava i kružnica; Konstrukcija tangente kružnice; Ugao; Konveksni i nekonveksni uglovi; Centralni (središnji) i periferijski ugao, kružni luk i tetiva; Grafičko sabiranje i oduzimanje uglova; Vrste uglova (puni, opruženi, tupi, pravi, oštri, nula-ugao). Susjedni uglovi. Uporedni uglovi. Unakrsni uglovi; Mjerenje uglova (jedinice: ugaoni stepen, ugaona minuta, ugaona sekunda); Uglomjer; Računske operacije sa mjernim brojevima za uglove; Komplementni i suplementni uglovi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sve geometrijske figure uvoditi ponavljanjem do sada naučenog o njima i/ili njihovim dijelovima, te postepeno proširivati novim činjenicama putem skice, crteža pomoću geometrijskog pribora. Paziti na pravilno imenovanje, te pravilno uočavanje međusobnih odnosa među posmatranim skupovima tačaka. Poželjno spomenuti i sinonime za one termine za koje postoje, kako bi učenici mogli bez poteškoća koristiti i literaturu iz susjednih zemalja. Voditi računa o pravilnoj upotrebi geometrijskog pribora. Poželjno koristiti papir bez linija. Naglašavati razlike između neke figure i njenog ruba (ivice).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. pravilno imenovanje); Geografija (npr. izrada Sunčevog sistema); Informatika (npr. korištenje kompjuterskih simulacija za sabiranje uglova); Tehnička kultura (npr. pravljenje makete prema datim uslovima); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenička znanja usmjeravati ka usvajanju pojmova na intuitivnoj, kvalitativnoj i kvantitativnoj razini, čime će se razvijati prostorni zor, apstraktno i prostorno mišljenje, te logičko zaključivanje. Poznavanje geometrijskih pojmova i koncepata razviti do razine na kojoj ih mogu prepoznati i primijeniti u drugim predmetima i u svakodnevnim životnim situacijama. Upotrebom geometrijskog pribora razvijati osjećaj za preglednost, urednost i preciznost, te unaprijediti vještine neophodne za razvoj kreativnog rješenja.

Interesantnim primjerima povećavati spremnost za uključivanje u rješavanje problema i za pronalaženje različitih metoda pomoću kojih se neki problem može riješiti. Složenije probleme sa raznim informacijama o uglovima razlagati na više jednostavnijih. Razvijati istrajnost dovođenja do rješenja problema. Razvijati tačnost, preciznost, urednost, kreativnost i osjećaj za estetske vrijednosti. Razvijati kritički stav prema dostupnim informacijama uz pomoć IKT-a. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Inicirati nove aktivnosti, ideje i razgovor u grupi. Izražavati pozitivan stav. Razvijati samomotivaciju, samopouzdanje, te potrebu za kontinuiranim učenjem.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra

.6.1

Bira i kombinuje strategije i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.

Raščlanjuje brojeve na proste faktore

Primjenjuje kriterije djeljivosti prirodnih brojeva sa 2, 3, 4, 5, 9 i 10.

Primjenjuje NZD i NZS za rješavanje problemskih zadataka

MTP-1.2.1

.6.2

Zaključuje logički i primjenjuje matematički dokaz kao ključne matematičke aspekte.

Upoređuje osobine računskih operacija po analogiji

Primjenjuje kriterije djeljivosti prilikom zaključivanja

Pokazuje istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima

MTP-2.3.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Dijeljenje u skupu $\mathbb{N}_0$; Djeljivost dekadskim jedinicama i brojevima: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 25; Prosti i složeni brojevi; Uzajamno (relativno) prosti brojevi; Rastavljanje složenih brojeva na proste faktore; Zajednički djelioči prirodnih brojeva. Najveći zajednički djelilac (NZD); Zajednički sadržioči prirodnih brojeva. Najmanji zajednički sadržioc (NZS).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

S obzirom na veliku primjenu sadržaja ove tematske cjeline, veoma je važno njene zakonitosti usvojiti do nivoa na kojem će učenicima oni postati prirodni i jednostavno primjenljivi kako u zadacima, tako i u svakodnevnom životu. Do samih zakonitosti učenici bi trebali sami dolaziti induktivnim putem, ali ih obavezno treba iskazati i strogo matematički. Zadatke bi trebalo postepeno usložnjavati i kombinovati primjene dva i više pravila.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. analiziranje dijelova rečenice u smislu razumijevanja veze između datih podataka); Geografija (npr. računanje prosječnih vrijednosti koristeći kriterije djeljivosti); Informatika (npr. korištenje algoritma za računanje NZD i NZS); Historija (npr. staroegipatski algoritam za množenje i dijeljenje)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ovladavanje osnovnim vještinama i procedurama djeljivosti određenim brojevima razviti do te razine na kojoj ih mogu prepoznati i primijeniti i u drugim predmetima, te u svakodnevnom životnim situacijama.

Saradničkim učenjem u grupama ili u parovima razvijati međuvršnjačku korespondenciju, te tako razvijati vještine komunikacije i argumentovanog iznošenja stavova putem polemisanja sadržaja nekog teksta uz uvažavanje sagovornika. Unapređivati vještinu izdvajanja bitnih informacija u tekstu. Upotrebom IKT-a povećati interes za učenjem, te ujedno postizati eleganciju u rješavanju zadataka. Razvijati matematičke modele, te provjeravati da li se rješenje matematičkog problema uklapa u kontekst početnog pitanja te kvalitetnom diskusijom objasniti rezultat. Ohrabrivati učenike i prijateljski se odnositi prema njima.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra

.6.1

Primjenjuje svojstva pozitivnih razlomaka i decimalnih brojeva.

Opisuje svojstva skupova brojeva N , Q^+ i njihov međusobni odnos

Upoređuje pozitivne razlomke i decimalne brojeve različitih prikaza pomoću matematičkih oznaka i brojevnice linije

Razlikuje prave, neprave razlomke i mješovite brojeve

Povezuje pozitivne razlomke i decimalne brojeve, te postotak

Objašnjava mjesne vrijednosti decimalnih brojeva

MTP-1.1.2

.6.2

Primjenjuje operacije i njihove zakonitosti za rješavanje brojevnih izraza.

Izvodi računske operacije s mješovitim brojevima, pozitivnim razlomcima i decimalnim brojevima

Povezuje problemsku situaciju sa brojevnim izrazom i obrnuto

Zaokružuje decimalne brojeve na najbliži cijeli broj ili na decimalni broj s manjim brojem decimalnih mjesta

Predviđa rezultate računskih operacija

MTP-2.1.1

.6.3

Sastavlja jednačine i nejednačine pri rješavanju problema u skupu Q^+ .

Sastavlja jednačinu i nejednačinu koristeći računske operacije i zagrade u skupu Q^+

Opisuje postupak rješavanja jednačina i nejednačina vezom računskih operacija

Predstavlja rješenje na različite načine

Objašnjava smislenost rješenja zadatog problema

MTP-2.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Razlomci; Proširivanje i skraćivanje razlomaka; Postotak; Decimalni brojevi; Veza između decimalnih brojeva, razlomaka i postotka; Pridruživanje tačaka brojevnice poluprave razlomcima i decimalnim brojevima; Računske operacije s razlomcima i decimalnim brojevima; Dvojni razlomci; Jednačine i nejednačine sa razlomcima i decimalnim brojevima oblika: $x \pm a = b$, $a \pm x = b$; $ax = b$, $xa = b$, $x : a = b$, $a : x = b$; $x \pm a < b$, $a \pm x < b$, $x \pm a > b$, $a \pm x > b$; $ax > b$, $xa > b$, $x : a > b$, $a : x > b$; Brojevi izrazi; Tekstualni zadaci; Izrazi sa promjenljivim; Brojeva vrijednost izraza.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pojam razlomka bi trebalo ilustrovati putem jednostavnih modela. Poželjno je koristiti modele iz svakodnevnog života za početne primjere jer je njihova dioba učenicima sasvim prirodna i već poznata (npr. pica). Nakon tog preći na modele sa minimalnim brojem obilježja (npr. kvadrat, krug). Posebnu pažnju obratiti na brojevu polupravu i pridruživanju brojeva (pozitivnih racionalnih) njenim tačkama. Naglasiti način diobe dijela poluprave između dva prirodna broja (može i nula) putem najmanjeg zajedničkog sadržioca. Taj postupak demonstrirati na tabli (zorniji je) ili putem video prezentacije. Uvođenjem decimalnih brojeva, ovaj postupak se pojednostavljuje ukoliko učenici dobro shvate jednakost nekog razlomka i njemu odgovarajućeg decimalnog broja. Razlomke i decimalne brojeve povezati sa postocima. Odabirom pogodnih tekstualnih zadataka u nematematičkom kontekstu možemo prikazati smisao računskih operacija s pozitivnim razlomcima (i decimalnim brojevima). Veoma važno je da učenici razumiju i ovladaju računskim operacijama sa razlomcima i decimalnim brojevima (obraditi sve slučajeve u kojima se razlomak može pojaviti). Ovladanost tim vještinama se može provjeriti i kroz jednačine i nejednačine gdje učenici primjenjuju naučene zakonitosti da bi došli do rješenja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. kompjuterske simulacije skupa pozitivnih racionalnih brojeva); Biologija (npr. postotak rasprostranjenosti neke vrste); Geografija (npr. upoređivanje raznih površina apomoću razlomaka); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. matematički strip)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja o pozitivnim racionalnim brojevima u svakodnevnom životu. Učenje i poučavanje bazirati na istraživačkom radu učenika, što će povećati njihovu motivaciju za rad. Matematizirati problemske situacije, te koristiti matematička znanja, kritičko mišljenje i analizu prilikom rješavanja problema. Podsticati na korištenje tehnologije u učenju u svrhu razvoja kreativnosti i za podršku kritičkog načina razmišljanja. Poticati logičko mišljenje te razvijati sposobnost vizuelizacije racionalnog broja. Uočiti primjenu decimalnih brojeva i operacija s decimalnim brojevima u svakodnevnoj praksi. Razvijati sposobnost i spremnost da se upotrijebi znanje. Pokazivati odvažnost u otkrivanju novog i nepoznatog, te poštovati pravila samostalnog i timskog rada. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Kritički se odnositi prema upotrebi informacija i razvijati svijest o potrebi logičkog postupka donošenja zaključka. Razvijati kreativnost, stvaralaštvo, informacionu i IKT pismenost. Zastupati odgovoran odnos prema radu i obavezama, kao i odnosu prema sebi i drugima.

Osnovno 7.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 7

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. D: Podaci i vjerovatnoća

.7.1

Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu $\mathbb{Z}$.

Razlikuje svojstva skupova $\mathbb{N}$ i $\mathbb{Z}$ uz grafičku ilustraciju

Upoređuje cijele brojeve

Koristi apsolutnu vrijednost cijelog broja

MTP-1.1.2

.7.2

Kombinuje metode i operacije pri rješavanju problema u skupu $\mathbb{Z}$

Primjenjuje svojstva i povezanost računskih operacija

Pronalazi potrebne informacije i različite načine rješavanja problema

Rješava problemske situacije koristeći cijele brojeve

MTP-1.2.1

.7.3

Sastavlja linearne jednačine i nejednačine pri rješavanju problema u skupu $\mathbb{Z}$.

Sastavlja linearne jednačine i nejednačine koristeći računске operacije i zgrade u skupu $\mathbb{Z}$

Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine

Predstavlja na različite načine rješenja linearnih jednačina i nejednačina

MTP-2.2.1

Procjenjuje smislenost rješenja zadatog problema

KLJUČNI SADRŽAJI

Pojam negativnog cijelog broja; Skup cijelih brojeva; Suprotni brojevi; Apsolutna vrijednost cijelog broja; Uređenje skupa cijelih brojeva; Računske operacije u skupu $\mathbb{Z}$; Jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom sa sabiranjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem cijelih brojeva.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Skup prirodnih brojeva se proširuje na skup cijelih ukazujući učenicima na potrebu za tim. Razliku između pozitivnih i negativnih brojeva demonstrirati na primjerima iz života (npr. „biti u minusu“ ili „biti u plusu“, 1° i -1° , negativno i pozitivno poslovanje). Računske operacije i zakonitost među cijelim brojevima vježbati kroz odgovarajuće primjere i zadatke, posebno one koji su bliski učeničkom iskustvu. Za demonstraciju koristiti brojevnju pravu. Uočavanjem razlika npr. $1 - 2$, $2 - 3$,... gdje je umanjnik za jedan manji od umanjioaca što označavamo -1 ; $1 - 3$, $2 - 4$,...gdje je umanjnik za dva manji od umanjioaca što označavamo -2 itd može formirati pojam cijelog broja. Na taj način se pridržavamo principa naučnosti. Didaktičke igre žetonima mogu poslužiti razumijevanju računanja s cijelim brojevima. Pomoću brojevnih izraza modelovati problemsku situaciju. Opisivati izabrane strategije rješavanja problemskih zadataka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. temperatura); Informatika (npr. kompjuterska simulacija životnih situacija)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja o cijelim brojevima u svakodnevnom životu. Matematizirati problemske situacije, te koristiti matematička znanja, kritičko mišljenje i analizu prilikom rješavanja

problema. Učenje i poučavanje bazirati na istraživačkom radu učenika, što će povećati njihovu motivaciju za rad. Razvijati sposobnost i spremnost da se upotrijebi znanje. Podsticati na korištenje tehnologije u učenju u svrhu razvoja kreativnosti i za podršku kritičkog načina razmišljanja. Kritički se odnositi prema upotrebi informacija i razvijati svijest o potrebi logičkog postupka donošenja zaključka. Razvijati kreativnost, stvaralaštvo, informacionu i IKT pismenost. Pokazivati odvažnost u otkrivanju novog i nepoznatog, te poštovati pravila samostalnog i timskog rada. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Izražavati pozitivan stav. Omogućiti izražavanje vlastitih ideja, misli i emocija. Razvijati vještine komunikacije putem argumentovanih diskusija i obrazlaganja vlastitog stava. Zastupati odgovoran odnos prema radu i obavezama, kao i odnosu prema sebi i drugima. Razvijati samoinicijativnost, samopouzdanje i potrebu za kontinuiranim znanjem.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. D: Podaci i vjerovatnoća

.7.1

Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu Q .

Razlikuje svojstva skupova N , Z i Q uz grafičku ilustraciju

Koristi apsolutnu vrijednost racionalnog broja

MTP-1.1.2

.7.2

Kombinuje metode i operacije pri rješavanju problema u skupu Q .

Primjenjuje svojstva i povezanost računskih operacija u skupu Q

Pronalazi potrebne informacije i različite načine za rješavanja problema

Rješava problemske situacije koristeći racionalne brojeve

MTP-1.2.1

.7.3

Sastavlja linearne jednačine i nejednačine pri rješavanju problema u skupu Q .

Sastavlja linearne jednačine i nejednačine koristeći računske operacije i zgrade u skupu Q

Opisuje postupak rješavanja jednačina i nejednačina u skupu Q

Predstavlja na različite načine rješenja linearnih jednačina i nejednačina

MTP-2.2.1

Obrazlaže smislenost rješenja zadanog problema

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup racionalnih brojeva Q ; Apsolutna vrijednost racionalnog broja; Uređenje skupa racionalnih brojeva; Decimalni zapis racionalnog broja; Računske operacije s racionalnim brojevima; Jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom sa sabiranjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem racionalnih brojeva; Brojevni izrazi sa racionalnim brojevima; Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznatom. Aritmetička sredina.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Skup nenegativnih racionalnih brojeva se proširuje na skup racionalnih brojeva ukazujući na potrebu za tim. Koristiti brojevnju pravu za prikaz racionalnih brojeva onoliko precizno koliko je to moguće i koliko za tim ima potrebe. Posebnu pažnju posvetiti negativnim decimalnim brojevima kroz konkretne primjere iz prakse (npr. dug ili dobitak). Demonstrirati apsolutnu vrijednost broja i aritmetičku sredinu brojeva. Uočavati kako se skup rješenja neke jednačine ili nejednačine razlikuje u zavisnosti od toga kojem skupu brojeva želimo da rješenja pripadaju. Brojevne izraze rješavati na više načina

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. primjena apsolutne vrijednosti); Informatika (npr. primjena aritmetičke sredine na određene podatke kako bi se mogli grafički prikazati)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja o racionalnim brojevima u svakodnevnom životu. Učenje i poučavanje bazirati na istraživačkom radu učenika, što će povećati njihovu motivaciju za rad. Matematizirati problemske situacije, te koristiti matematička znanja, kritičko mišljenje i analizu prilikom rješavanja problema. Poticati logičko mišljenje te razvijati sposobnost vizuelizacije racionalnog broja. Uočiti primjenu decimalnih brojeva i operacija s decimalnim brojevima u svakodnevnoj praksi. Podsticati na korištenje tehnologije u učenju u svrhu razvoja kreativnosti i za podršku kritičkog načina razmišljanja. Razvijati sposobnost i spremnost da se upotrijebi znanje. Pokazivati odvažnost u otkrivanju novog i nepoznatog, te poštovati pravila samostalnog i timskog rada. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Izražavati pozitivan stav. Omogućiti izražavanje vlastitih ideja, misli i emocija. Razvijati vještine komunikacije putem argumentovanih diskusija i obrazlaganja vlastitog stava. Kritički se odnositi prema upotrebi informacija i razvijati svijest o potrebi logičkog postupka donošenja zaključka. Razvijati samoinicijativnost, samopouzdanje i potrebu za kontinuiranim znanjem. Razvijati kreativnost, stvaralaštvo, informacionu i IKT pismenost. Zastupati odgovoran odnos prema radu i obavezama, kao i odnosu prema sebi i drugima.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra. C: Geometrija i mjerenja

.7.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.

Izvodi operacije s vektorima

Koristi svojstva uglova sa okomitim i paralelnim kracima, kao i uglova uz transverzalu

Primjenjuje zakonitosti trougla

MTP-3.1.1

.7.2

Kombinuje matematičke argumente o geometrijskim odnosima.

Konstruiše uglove i njihove kombinacije primjenjujući konstrukciju simetrale ugla

Konstruiše trougao i četvreougao

Konstruiše karakteristične tačke trougla

Primjenjuje izometrijske transformacije

MTP-3.1.2

.7.3

Primjenjuje svojstva mnogouglova.

Razlikuje vrste mnogouglova

Objašnjava svojstva vanjskih i unutrašnjih uglova mnogougla, kao i broj dijagonala mnogougla

Računa obim i površinu mnogougla i kruga kroz primjere iz svakodnevnog života

MTP-3.1.3

Primjenjuje svojstva podudarnosti trouglova

KLJUČNI SADRŽAJI

Uglovi sa paralelnim i okomitim kracima. Uglovi uz transversalu; Konstrukcije uglova (60° , 30° , 120° , 15° , 45° , 75° , 90° , 105° , 135°); Trougao. Vrste trouglova prema stranicama i prema uglovima; Podudarnost trouglova i primjena na pravougli i jednakokraki trougao; Jednostavnije konstrukcije trougla; Značajne tačke trougla; Četverougao; Vrste četverouglova; Paralelogrami; Pravougaonik, kvadrat, romb; Trapez. Srednja linija trapeza; Deltoid; Vektori; Sabiranje vektora i množenje vektora skalarom; Izometrijska preslikavanja u ravni (translacija, rotacija, osna i centralna simetrija); Simetrala duži i simetrala ugla. Mnogougao: Podjela mnogouglova; Pravilni mnogougao; Konstrukcija pravilnih mnogouglova; Obim i površina mnogougla; Broj π ; Površina kruga.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Koristiti orijentisanu duž za objašnjenje pojma vektora i njegovih karakteristika (intenzitet, pravac smjer). Grafički ilustrovati odnos dva vektora, sabiranje vektora, množenje vektora skalarom kao i njihova svojstva. Pri izometrijskim preslikavanjima što više izvoditi oglede i navoditi primjere iz prakse. Koristiti geometrijski pribor prilikom crtanja uglova sa paralelnim i okomitim kracima i prilikom konstruisanja (ili crtanja) uglova, trouglova i četverouglova. U formulaciji uslova zadatka paziti kad se radi o konstrukciji, a kad o crtanju. Sistematično izučavati trouglove i četverouglove, pazeći na deterministički slijed izlaganja sadržaja, te njihovu međusobnu uslovljenost, kao i pravilnu upotrebu odgovarajućih termina. Po mogućnosti i po potrebi koristiti programe dinamične geometrije (npr. GeoGebra). Zadatke sa obimom i površinama mnogouglova i kruga povezivati sa situacijama iz realnog života. Broj π uvesti kao omjer obima i prečnika kruga i kao konstantu, objašnjavajući njegovu iracionalnost, te približnu vrijednost koju najčešće koristimo u praksi.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. kompjuterske simulacije proučavanih pojava); Likovna kultura (npr. matematički pano); Fizika (npr. rotacija točka – kružno kretanje); Geografija (npr. izrada Sunčevog sata)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Poznavanje mnogouglova, kruga, vektora i izometrijskih preslikavanja učenici trebaju usvojiti do te razine na kojoj ih mogu prepoznati i primijeniti kako u drugim predmetima, tako i u okruženju stvarnog života. Uvođenjem u elementarne konstrukcije razvijati urednost, kreativnost, osjećaj za lijepo, elegantno. Povezivati primjere iz prakse sa teorijom. Upotrebom IKT-a razvijati apstraktno i prostorno mišljenje, te logičko zaključivanje, a učenike osloboditi komplikovanih tehničkih radnji i prepustiti taj dio informatičkoj tehnologiji. Osposobljavati učenike na argumentovanje, diskutovanje, poštovanje sagovornika, te razvijati želju za kontinuiranim učenjem. Razvijati samopouzdanje, samoinicijativnost, samoeфикаsnost, te pozitivan odnos prema radu.

Osnovno 8.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 8

A: Skupovi, brojevi i operacije

A.8.1

Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu R.

Razlikuje svojstva skupova Q i I uz grafičku ilustraciju

Provjerava zatvorenost skupa R

Koristi apsolutnu vrijednost realnog broja

MTP-1.1.2

A.8.2

Bira i kombinuje metode i operacije pri rješavanju problema u skupu R.

Izvodi računske operacije sa realnim brojevima uključujući stepenovanje i korjenovanje

Pronalazi potrebne informacije i različite načine rješavanja problema

Rješava problemske situacije u skupu R

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadrat racionalnog broja; Rješavanje kvadratne jednačine ($x^2=a$, $a \geq 0$); Kvadratni korijen racionalnog broja; Iracionalni brojevi; Konstrukcija tačaka na brojevnoj osi koje odgovaraju iracionalnim brojevima; Realni brojevi; Uređenost skupa realnih brojeva; Jednakost; Osnovne računske operacije u skupu realnih brojeva; Stepen čiji je izložilac cijeli broj; Operacije sa stepenima (množenje i dijeljenje stepena jednakih osnova); Stepni proizvod, količnika i stepena; Naučni zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenička znanja se proširuju na skup realnih brojeva, te se shodno tome proširuju i sve zakonitosti sa skupa racionalnih brojeva na skup realnih. Putem Vennovog dijagrama prikazati skupove brojeva naglašavajući ko je čiji podskup. Računske operacije se dodatno uopštavaju prenoseći ih na polinome. Koristiti analogiju prilikom zaključivanja. Uvode se nove računske operacije stepenovanja i korjenovanja. Sa učenicima uraditi dovoljan broj primjera i zadataka kako bi učenici uočili i zapamtili zakonitosti koje vrijede za stepenovanje i korjenovanje. Poznavanje kvadrata prirodnih brojeva do 20 olakšaće učenicima da procjenjuju rezultate kvadriranja i korjenovanja pa bi bilo poželjno da učenici zapamte ove činjenice. Pravila računanja sa stepenima istih baza izvoditi induktivno. Poseban akcenat staviti na savršene kvadrate. Strogo polaziti od jednostavnih očiglednih primjera koji se postepeno usložnjavaju jer je veoma važno da učenici usvoje ove sadržaje bez ikakvih nejasnoća o postupcima računanja kako bi ih vješto mogli primjenjivati u složenijim zadacima

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. gravitaciona sila); Hemija (npr. primjena naučnog zapisa broja u zadacima); Informatika (npr. kompjuterske simulacije skupova Q i I); Geografija (npr. prikaz površine određene zemlje, kontinenta i sl.); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opisivanje problemskih situacija); Historija (npr. nastanak skupova brojeva)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja o realnim brojevima u svakodnevnom životu. Matematizirati problemske situacije, te koristiti matematička znanja, kritičko mišljenje i analizu prilikom rješavanja problema. Učenje i poučavanje bazirati na istraživačkom radu učenika, što će povećati njihovu motivaciju za rad. Razvijati sposobnost i spremnost da se upotrijebi znanje. Pokazivati odvažnost u otkrivanju novog i

nepoznatog, te poštovati pravila samostalnog i timskog rada. Podržavati radoznalost i želju za novim znanjem. Podsticati na korištenje tehnologije u učenju u svrhu razvoja kreativnosti i za podršku kritičkom načina razmišljanja. Izražavati pozitivan stav. Omogućiti izražavanje vlastitih ideja, misli i emocija. Razvijati vještine komunikacije putem argumentovanih diskusija i obrazlaganja vlastitog stava. Kritički se odnositi prema upotrebi informacija i razvijati svijest o potrebi logičkog postupka donošenja zaključka. Razvijati kreativnost, stvaralaštvo, informacionu i IKT pismenost. Zastupati odgovoran odnos prema radu i obavezama, kao i odnosu prema sebi i drugima. Razvijati samoinicijativnost, samopouzdanje i potrebu za kontinuiranim znanjem.

B Algebra

B.8.1

Analizira svojstva linearne funkcije i prikazuje je u koordinatnom sistemu.

Određuje položaj i udaljenost tačaka kao i položaj prave u koordinatnom sistemu

Prikazuje grafički linearnu funkciju

Ispituje svojstva linearne funkcije sa grafika

Primjenjuje osobine linearne funkcije u problemskim zadacima

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Pravougli koordinatni sistem u ravni; Udaljenost između dvije tačke; Linearna funkcija oblika $y=kx+n$; Eksplicitni i implicitni oblik; Grafik linearne funkcije; Parametri k i n i njihovo geometrijsko značenje; Nula funkcije; Tok i znak funkcije.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pravougli koordinatni sistem uvesti pomoću slike koju obavezno crtamo uz pomoć geometrijskog pribora. Termine koji se pri tom pojavljuju uvoditi u strogom matematičkom smislu. Vježbati prikazivanje raznih tačaka u koordinatnom sistemu. Udaljenost između dvije tačke prvo procjenjivati, zatim izmjeriti pomoću linijara, a nakon tog izračunati, te dobijene rezultate upoređivati. Linearnu funkciju uvesti prvo u eksplicitnom obliku, objašnjavajući značenja koeficijenata k i n , a zatim crtati njen grafik uz prethodno ispitivanje nule, toka i znaka date funkcije. Poštovati princip postupnosti i sistematičnosti.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. ravnomjerno pravolinijsko kretanje); Hemija (npr. primjena linearnih funkcija); Biologija (npr. zadaci iz anatomije ili fiziologije); Geografija (npr. geografske širina i dužina); Tehnička kultura (npr. tlocrt, nacrt); Informatika (npr. kompjuterske simulacije problemskih situacija)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Proširivanje dosadašnjih znanja podrazumijeva i povećanje obima životnih situacija na koje se znanja i sposobnosti mogu primijeniti, što dovodi i do povećanja zadovoljstva, želje za daljim radom i kontinuiranim učenjem. Povezivati primjere iz prakse sa teorijom. Matematički rješavati probleme, postavljati pitanja, istraživati i otkrivati različita rješenja zadataka. Osposobljavati učenike za argumentovano diskutovanje uz uvažavanje sagovornika. Upotrebom IKT-a inicirati nove aktivnosti, ideje i diskusije, kao i pozitivan odnos prema učenju. Unaprijediti vještine neophodne za razvoj kreativnog mišljenja. Analizirati vlastiti rad kao i rad drugih. Razvijati samopozdanje, samoefikasnost, samoinicijativnost, samokritičnost, te želju za daljim napredovanjem.

B Algebra

B.8.1

Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje proporcionalnosti i procentnog računa.

Primjenjuje funkciju direktne i obrnute proporcionalnosti

Primjenjuje Talesovu teoremu i sličnost trouglova

Primjenjuje procentni račun u konkretnim situacijama

Primjenjuje kamatni račun na primjerima iz svakodnevnog života

MTP-2.1.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Proporcionalne veličine. Proporcije; Proporcionalne duži; Talesova teorema i njena primjena; Dijeljenje duži na dijelove jednakih dužina i u datoj razmjeri; Procentni račun; Funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti; Kamatni račun; Sličnost trouglova i primjena.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Proporcionalne veličine uvesti učenicima putem primjera iz realnog života. Odnose zapisivati pomoću omjera i proporcija. Proporcionalne duži prikazivati sa odgovarajućim podiocima kako bi učenici mogli uočiti odnos među njima. Prilikom dijeljenja duži u datom omjeru koristiti geometrijski pribor. Procentni račun je jednim dijelom učenicima već poznat, te je potrebno ponoviti prethodna znanja i proširiti ih. Funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti uvesti putem odgovarajućih veličina (npr. potrošnja novca i cijena proizvoda, te količina posla i slobodno vrijeme), a nakon tog formulom i grafikom. Kamatni račun objasniti na primjerima koji su učenicima već poznati, a onda računskim putem demonstrirati učenicima kako kamatni račun funkcionira u svakodnevnom životu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. otpornici); Hemija (npr. postotak kiselina, zlata); Geografija (npr. razmjera na geografskim kartama); Informatika (npr. kompjuterske simulacije primjera funkcionalnih zavisnosti dvije pojave)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sadržaji ove tematske cjeline su veoma pogodni za njihovu primjenu u okruženju stvarnog života, čime se na prirodan način može postići razvoj matematičkog mišljenja i sposobnosti da izraze i obrazlože mišljenje, da slušaju, pitaju i odgovore na ono što drugi pitaju. U toku rješavanja raznih zadataka ohrabrivati učenike da usmeno i pismeno obrazlože rješenja do kojih su došli, služeći se odgovarajućom matematičkom terminologijom, te tako ukazivati na operativni oblik znanja. Razvijati pozitivan odnos prema učenju, te osjećaj za odgovornost u situacijama u kojima se uči. Razvijati vještinu traganja za podacima. Razvijati samoinicijativnost, samostalnost u radu, samokritičnost.

C Geometrija i mjerenja

C.8.1

Analizira svojstva geometrijskih likova i tijela.

Modeluje uspravna rogljasta geometrijska tijela prema njihovoj mreži

Razlikuje svojstva uspravnih geometrijskih tijela

Razlikuje geometrijske likove od kojih se sastoje baze i omotači posmatranih geometrijskih tijela

MTP-3.1.1

C.8.2

Analizira mjerljiva obilježja objekata i mjerne jedinice u procesima mjerenja.

MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Objašnjava geometrijske odnose primjenom Pitagorine teoreme

Primjenjuje Pitagorinu teoremu i svojstva geometrijskih tijela vezana za mjerljiva obilježja u problemskim zadacima

Računa obim i površinu likova u problemskim situacijama birajući različite strategije

Računa površinu tijela u problemskim situacijama birajući različite strategije

Računa zapreminu tijela u problemskim situacijama birajući različite strategije

Pitagorina teorema; Primjena Pitagorine teoreme na kvadrat, pravougaonik, jednakokraki i jednakokranični trougao, romb, jednakokraki i pravougli trapez; Konstrukcija tačaka na brojevnoj osi koje odgovaraju iracionalnim brojevima; Rogalj; Poliedar; Prizma (pravilna uspravna trostrana i četverostrana; mreže; površina i zapremina); Piramida (pravilna uspravna trostrana i četverostrana; mreže; površina i zapremina); Primjena metode supstitucije pri rješavanju sistema.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenici produbljuju svoja znanja o geometrijskim likovima i tijelima. Formule za površine i zapremine uvodeći ih na vezu sa bazom i omotačem, te tražeći od učenika da računskim putem dođu do konačnog oblika formule. Time će učenici produbiti svoja znanja. U tom postupku će biti neophodna primjena Pitagorine teoreme, te će se pojavljivati razni sistemi jednačina za čije rješavanje se učenicima može pokazati metoda supstitucije. Poželjno je da učenici uvijek crtaju odgovarajuću skicu za svaki zadatak, a po potrebi i za neke dijelove posmatrane figure.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. primjena Pitagorine teoreme); Hemija (npr. računanje zapremine); Geografija (npr. procjenjivanje udaljenosti dva najbliža grada na karti); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. opis problemske situacije); Likovna kultura (npr. paradoksalne linije); Historija (npr. nastanak geometrije)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razumijevanje geometrijskih pojmova i proširivanje dosadašnjih znanja doprinose razvoju prostornog i logičkog mišljenja, te osposobljavanju učenika za primjenu matematike u okruženju stvarnog života. Povezivati primjere iz prakse sa teorijom. Primjenom IKT-a uskladiti nastavu sa zahtjevima vremena i prilika. Pokazivati spremnost za korištenje informatičke i komunikacijske tehnologije kao alata za rješavanje problema. Koristiti odgovarajuću matematičku terminologiju. Integrisati matematiku s ostalim aktivnostima i ostale aktivnosti s matematikom. Aktivno uvesti matematičke koncepte, metode i jezik kroz niz odgovarajućih iskustava i strategija podučavanja. Ohrabrivati isprobavanje novih strategija i pristupa učenju. Što više rješavati probleme iz stvarnog života koristeći vlastite vještine i znanja, što doprinosi razvoju samopouzdanja u pogledu matematičke sposobnosti i pismenosti. Unapređivati vještine neophodne za razvoj kreativnog mišljenja i vještine za izdvajanje bitnih informacija. Razvijati apstraktno i prostorno mišljenje. Osposobljavati učenike da argumentuju stavove, polemišu i uvažavaju sagovornike. Razvijati samopouzdanje, samostalnost, te pozitivan odnos prema radu i kontinuiranom učenju.

D: Podaci i vjerovatnoća

.8.1

Iznosi procjene na osnovu prikupljenih podataka u kontekstu problemskog pitanja.

Povezuje podatke koji opisuju problemsku situaciju

Procjenjuje karakter i broj ishoda slučajnih događaja u odabranim primjerima

Izračunava vjerovatnoću u odabranim primjerima

MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Frekvencija; Dijagrami; Slučajni događaji; Ishod; Siguran i nemoguć događaj; Aritmetička sredina; Vjerovatnoća slučajnog događaja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Putem obrade raznih podataka, učenici trebaju uočiti međusobnu povezanost podataka, te uočavati najbolji način prikaza istih. Poželjno je da učenici sami računaju frekvenciju. Također, posebnu pažnju obratiti na čitanje podataka. Aritmetičku sredinu uvesti putem njima najbližeg primjera – prosječna visina učenika u odjeljenju.. Predviđati sigurne i nemoguće događaje iz realnog života, te zaključiti zbog čega ih tako zovemo. Predviđati i računati vjerovatnoće i nekih drugih jednostavnijih događaja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. razni eksperimenti); Hemija (npr. prikaz podataka pomoću integruma); Biologija (npr. genetika); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. matematički strip); Informatika (npr. kompjuterska simulacija, primjena algoritma za brži račun)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijajući vještine prikazivanja i analize podataka učenici stiču sposobnosti da izraze i obrazlože mišljenje, da slušaju, pitaju i odgovore na ono što drugi pitaju, što je neophodno u današnjem informacionom društvu jer podaci i grafički prikazi imaju vrlo važnu ulogu u medijima i drugim aspektima svakodnevnog iskustva. Analizirati, tumačiti, matematizirati životne situacije te tako razvijati matematičku pismenost. Koristiti razne prikaze podataka (grafički, tabelarno, pomoću dijagrama) u cilju poticanja učenika na istraživanje, te povezivanje svakodnevnog života i matematike. Kritički se odnositi prema dostupnim informacijama iz različitih izvora. Razvijajući vještine komunikacije, učenici se socijalizuju i postaju svjesni mogućnosti da utiču na svoju sredinu i da učestvuju u društvenom životu. Koristiti pitanja otvorenog tipa, što dovodi do: povezivanja, argumentacije, matematičkog mišljenja, analiziranja podataka, upotrebe statističkih metoda, logičkog zaključivanja itd. Inicirati nove ideje i razgovor u grupi. Analizirati vlastiti rad i rad ostalih. Unapređivati vještinu izdvajanja bitnih informacija. Razvijati samopouzdanje, samokritičnost, kreativnost, informacionu i IKT pismenost, te odgovornost prema radu i obavezama, kao i odnos prema sebi i drugima. Razvijati pozitivan odnos prema učenju.

Osnovno 9.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 9

B Algebra

B.9.1

Argumentuje postupke za rješavanje linearnih jednačina, linearnih nejednačina i Sistema.

Sastavlja linearne jednačine i nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina u skupu R

Rješava linearnu jednačinu primjenjujući svojstva jednakosti

Rješava linearnu nejednačinu primjenjujući svojstva nejednakosti

Rješava sisteme linearnih jednačina primjenjujući svojstva jednakosti

MTP-2.2.2

B.9.2

Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.

Analizira moguća rješenja linearne jednačine, nejednačine i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate

Ilustruje rješenja u grafičkom prikazu - brojeva osa, koordinatni sistem

Tumači grafički prikaz rješenja

Povezuje linearne jednačine sa pravom u koordinatnom sistemu

Primjenjuje sisteme linearnih jednačina i nejednačina na rješavanje problema

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Linearne jednačine sa jednom nepoznatom. Algebarsko i grafičko rješavanje linearnih jednačina; Linearne nejednačine sa jednom nepoznatom. Algebarsko rješavanje linearnih nejednačina; Linearna jednačina sa dvije nepoznate; Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. Zavisnost rješenja sistema linearnih jednačina od odnosa koeficijenata sistema; Rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate metodom supstitucije, metodom suprotnih koeficijenata i grafičkom metodom; Sistem od dvije linearne nejednačine sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Metode rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina uvesti na očiglednim primjerima koji nisu opterećeni komplikovanim računom. Postepeno usložnjavati izabrane zadatke. Veoma je važno diskutovati sa učenicima o uslovima egzistencije i broju rješenja, te analizirati uslove pri kojima bi se egzistencija i broj rješenja promijenili. Rješenja zapisivati koristeći strogi matematički zapis. Poželjno je rješenja prikazivati i na brojevnoj osi (ukoliko se radi o skupu rješenja). Ukazivati na potrebu za provjeravanjem rješenja u rubnim tačkama skupa rješenja. Insistirati na urednosti i preglednosti prilikom rješavanja kako bi postupci rješavanja što prije postali automatizovani, koliko je to moguće. Pravila rastavljanja izraza na faktore treba verbalizovati

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Geografija (npr. geografske širina i dužine); Fizika (npr. određivanje fizičkih veličina koje se ne mogu neposredno mjeriti); Hemija (npr. primjena linearnih jednačina u zadacima); Biologija (npr. osmišljavanje neke životn epriče koja odgovara datom sistemu jednačina); Informatika (npr. prikaza podataka pomoću programa GeoGebra)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ovladati osnovnim vještinama i procedurama vezanim za linearne jednačine, nejednačine i sisteme do te razine na kojoj ih mogu prepoznati i primijeniti u drugim predmetima i u svakodnevnim životnim situacijama. Prepoznavati situacije koje se mogu prikazati kao jednačine, nejednačine ili sistemi, te ih rješavati koristeći matematičke zakonitosti, uz odgovarajuća obrazlaganja i kritičku analizu podataka. Matematički rješavati probleme, postavljati pitanja, istraživati i otkrivati različita rješenja zadataka. Razvijati sposobnost za izražavanjem i obrazlaganjem mišljenja, te međusobne komunikacije uz uvažavanje sagovornika. Istrajavati na radu na zadacima dok se ne nađe rješenje. Razumjeti da postoje različiti načini rješavanja matematičkih zadataka. Razmišljati o različitim rješenjima zadataka i primjeni matematike u svakodnevnim situacijama. Razvijati pozitivan odnos prema učenju, te samopouzdanje i samostalnost u radu.

B: Algebra. D: Podaci i vjerovatnoća

.9.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije upotrebom algebarskih simbola.

Primjenjuje operacije sa polinomima

Primjenjuje operacije sa stepenima čiji je izložilac nenegativan broj

Koristi aritmetičke zakonitosti pri transformaciji polinoma

MTP-2.1.2

.9.2

Analizira zakonitosti i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola.

Primjenjuje kvadrat zbira, razliku zbira, razliku kvadrata, kub zbira i razlike, razliku kubova

Rastavlja polinome na proste faktore

Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji algebarskih izraza

MTP-2.1.1

.9.3

Prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora.

Prikazuje podatke na prikladan način, sa i bez IT tehnologije

Bira pogodne metode skupljanja podataka uključujući upitnike, eksperimente i elektronske medije

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Algebarski racionalni izrazi; Konstante i promjenljive; Algebarski izrazi; Brojeva vrijednost algebarskog izraza; Cijeli racionalni izrazi – polinomi; Sabiranje, oduzimanje i množenje polinoma; Kvadrat zbira i razlike; Razlika kvadrata; Zbir i razlika kubova; Kub zbira i razlike; Rastavljanje polinoma na proste faktore; Kvadratne jednačina oblika: $ax^2 + bx = 0$; $x^2 - a = 0$, $a \geq 0$; $x^2 \pm 2ax + a^2 = 0$; Algebarski razlomci; Proširivanje i skraćivanje algebarskih razlomaka; Računske operacije sa algebarskim razlomcima.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenik treba uočiti da je računanje algebarskih izraza za date cjelobrojne vrijednosti slično postupku koji vrši prilikom provjere rješenja jednačine. Kako se učenik prvi put sreće sa terminima: kvadrat zbira, kvadrat razlike, kub zbira, kub razlike, razlika kvadrata, zbir kubova, razlika kubova veoma je važno svakom od tih pravila posvetiti posebnu pažnju. Uvoditi jedno po jedno pravilo kroz jednostavne primjere, koje postepeno treba uslošnjavati, ali zadržavajući uvijek neki vid očiglednosti u zadacima. Rješavati najjednostavnije

primjere za rastavljanje polinoma na proste faktore. Naučiti rješavati jednačine oblika: $ax^2 + bx = 0$; $x^2 - a = 0$, $a \geq 0$; $x^2 \pm 2ax + a^2 = 0$.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. preračunavanja); Hemija (npr. preračunavanja); Informatika (npr. obrada i prikaz dobijenih podataka)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Dovesti učenike do razine da mogu prepoznati koju metodu trebaju koristiti, što doprinosi razvoju logičkog mišljenja. Matematički rješavati probleme, postavljati pitanja, istraživati i otkrivati različita rješenja zadataka. Razvijati sposobnost i volju rada na zadacima dok se ne dođe do rješenja. Uočavati da postoje različiti načini rješavanja zadataka. Osposobiti učenike za samostalan rad, rad u parovima ili grupama. Podsticati učenike na analizu vlastitog rada i rada ostalih.

A: Skupovi, brojevi i operacije. B: Algebra

.9.1

Primjenjuje kongruencije.

Izvodi računske operacije po modulu n , $n \in \mathbb{N}$

Koristi osobine kongruencija u rješavanju problemskih zadataka

Računa ostatke pri dijeljenju stepena nekog broja sa proizvoljnim brojem

KLJUČNI SADRŽAJI

Modularni sistemi; Kongruencije; Osobine kongruencija; Operacije sa kongruencijama.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Kongruencije se trebaju uvesti putem primjera koji su učenicima već poznati (npr. danas je petak i za sedam dana je ponovo petak, tj $5+7 \equiv 5 \pmod{7}$). Svaki dio zapisa kongruencije treba tumačiti kako bi se razumio matematički zapis. Do zakonitosti koje vrijede među kongruencijama treba dolaziti induktivnim putem, te izvoditi generalizacije. Također računske operacije treba uvesti putem učenika prirodnih primjera, a tek onda preći na generalna pravila. Da bi se učenici zainteresovali za kongruencije i rad s njima, ponuditi im nekolicinu interesantnih zadataka koje uveliko olakšavaju rješavanje zadataka (npr. kako odrediti ostatak nekog broja koji ima veliki eksponent stepena pri dijeljenju sa nekim brojem)

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. kompjuterska simulacija dijeljenja sa ostatkom); Fizika (npr. korištenje uslova djeljivosti u zadacima radi kraćeg i lakšeg računanja)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Primjenjivati modularne sisteme u realnim životnim situacijama povezujući primjere iz prakse sa teorijom, kao što su npr. "sabiranje" i "oduzimanje" dana u sedmici ili mjeseci u godini, te tako razvijati matematičko mišljenje. Razvijati sposobnost izražavanja i obrazlaganja mišljenja, te argumentovanih diskusija. Razvijati vještine komunikacije i pozitivan odnos prema učenju. Njegovati odgovornost i aktivnost u situacijama u kojima se uči. Inicirati nove ideje i razgovor u grupi. Unapređivati vještine neophodne za razvoj kreativnog mišljenja. Razvijati samopouzdanje, samostalnost, te pozitivan odnos prema kontinuiranom učenju.

C Geometrija i mjerenja

C.9.1

Analizira svojstva geometrijskih likova i tijela.

Modeluje uspravna obla geometrijska tijela prema njihovoj mreži

Analizira svojstva obliha geometrijskih tijela

Skicira uspravna obla geometrijska tijela i njihove elemente

MTP-3.1.1

Skicira mrežu uspravnih obliha geometrijskih tijela

C.9.2

Analizira mjerljiva obilježja objekata i mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Primjenjuje Pitagorinu teorem i svojstva geometrijskih tijela vezana za mjerljiva obilježja u problemskim zadacima

Računa površinu figura u problemskim situacijama birajući različite strategije

Računa zapreminu tijela u problemskim situacijama birajući različite strategije

MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Valjak (mreža, površina, zapremina); Kupa (mreža, površina, zapremina); Lopta (površina, zapremina).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Dosadašnja znanja o geometrijskim figurama se proširuju, ali pristup ostaje isti. Sve što se radi trebaju pratiti odgovarajuće skice i pravilna upotreba termina. Fokus više treba biti u suštinskom značenju i uočavanju sličnosti u formulama za određene figure, nego na zapamćivanju nekih formula. Dakle, učenici trebaju naučiti logički put kojim se dolazi do neke formule, a ne pamtiti ju bez razumijevanja. Također fokus treba biti na jednostavnijim primjerima u kojima težište zadatka neće biti na komplikovanim računanjima.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Hemija (npr. udaljenost između najbližih atoma); Informatika (npr. kompjuterska simulacija); Geografija (npr. procjenjivanje udaljenosti dva obližnja grada na karti); Likovna kultura (npr. perspektiva)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razumijevanje geometrijskih pojmova i proširivanje dosadašnjih znanja doprinose razvoju prostornog i logičkog mišljenja, te osposobljavanju učenika za primjenu matematike u okruženju stvarnog života. Povezivati primjere iz prakse sa teorijom. Primjenom IKT-a uskladiti nastavu sa zahtjevima vremena i prilika. Pokazivati spremnost za korištenje informatičke i komunikacijske tehnologije kao alata za rješavanje problema. Koristiti odgovarajuću matematičku terminologiju. Integrisati matematiku s ostalim aktivnostima i ostale aktivnosti s matematikom. Aktivno uvesti matematičke koncepte, metode i jezik kroz niz odgovarajućih iskustava i strategija podučavanja. Ohrabrivati isprobavanje novih strategija i pristupa učenju. Što više rješavati probleme iz stvarnog života koristeći vlastite vještine i znanja, što doprinosi razvoju samopouzdanja u pogledu matematičke sposobnosti i pismenosti. Unapređivati vještine neophodne za razvoj kreativnog mišljenja i vještine za izdvajanje bitnih informacija. Razvijati apstraktno i prostorno mišljenje. Osposobljavati učenike da argumentuju stavove, polemišu i uvažavaju sagovornike. Razvijati samopouzdanje, samostalnost, te pozitivan odnos prema radu i kontinuiranom učenju.

Srednje I.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10

A Skupovi, brojevi i operacije

A.I.1

Analizira svojstva i odnose između osnovnih elemenata Booleove algebre u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja logičkih zadataka.

Koristi osnovne elemente Booleove algebre

Zapisuje definicije i teoreme koristeći simbole matematičke logike

Primjenjuje logiku iskaza za ispitivanje istinitosne vrijednosti formula

Prikazuje skupovne relacije pomoću logike iskaza

MTP-1.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Osnovni pojmovi i definicije. Iskazi. Aksiome. Teoreme. Dokazi. Potreban i dovoljan uslov; Boolova algebra; Skupovne operacije.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Neki od pojmova koji se spominju su učenicima već poznati od ranije. Međutim ti pojmovi nisu uvedeni na strogo matematički način, kao što se to radi u ovom razredu. Precizno se uvode pojmovi poput: osnovni pojmovi, izvedeni pojmovi, definicije, aksiome, teoreme, dokazi, potrebni i dovoljni uslovi. Matematička logika se uvodi kao osnova matematičke teorije. Učenici se prvi put sreću sa logikom iskaza i logičkim operacijama. Osvještavati kod učenika deduktivnu prirodu matematike. Matematička strogost, tačnost, preciznost sada dolaze najviše do izražaja. Razne izjavne rečenice iz svakodnevnog života se prevode na matematički jezik u vidu složenih ili prostih iskaza, te se njihova istinitost ispituje koristeći Boolovu algebru i njene zakonitosti. Učenici skupovne relacije također predstavljaju pomoću logike iskaza.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. binarni sistemi); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija verbalnih i simboličkih podataka jednih u druge); Fizika (npr. električna kola)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ponavljanje osnovnih činjenica o skupovima i skupovnim relacijama putem raznih kvizova doprinijet će dinamičnom radu među učenicima. Radeći samostalno i u grupama, učenici razvijaju vještine upravljanja informacijama, prilagođavanja novim situacijama, dijeljenja znanja, osjećaj odgovornosti za svoj rad kao i odgovornosti rada ostalih u grupi, te preuzimanja svoje uloge u grupi/timu. Razvijati kreativnost i inovativnost i podsticati upotrebu tehnologije, zatim suodgovornost za vlastito učenje i samoprocjenu, te spremnost za izražavanje vlastitih misli, ideja i emocija.

Skupovi, brojevi i operacije. Algebra

.I.1

Analizira svojstva i odnose brojeva, brojevnih sistema i binarnih relacija.

Upoređuje skupove $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$ i njihovu međusobnu povezanost

Primjenjuje Euklidov algoritam i njegov obrat

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja prilikom rješavanja problema

Primjenjuje osobine binarnih relacija

.I.2

Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva usmeno, grafički, računski.

Određuje definiciono područje funkcije

Navodi primjere bijektivnih preslikavanja

Određuje inverznu funkciju i kompoziciju funkcija

KLJUČNI SADRŽAJI

Binarne relacije; Funkcije (preslikavanja). Inverzna funkcija. Kompozicija funkcija; Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ponavljaju se i proširuju znanja o binarnim relacijama i funkcijama. Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. kompjuterske simulacije veza među skupovima brojeva); Fizika (npr. određuje definiciono područje eprilikom rješavanja zadatka); Historija (npr. život poznatih matematičara, anegdote)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Animacijom u kojoj se zamišlja ispisivanje broja sa beskonačnim neperiodičnim decimalnim zapisom postigli bi sposobnost logičkog mišljenja i zaključivanja. Razvoj usmene i pisane komunikacije bi došao do izražaja povezivanjem algebarskog zapisa apsolutne vrijednosti broja sa udaljenošću na brojevnoj pravoj. Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje-prirodi, svemiru, ljudskom biću, da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima. Kod učenika razviti svijest o važnosti definicije funkcije i drugih temeljnih pojmova vezanih za nju. Osposobiti učenika da na grafiku prepozna injektivne i sirjektivne funkcije. Prilikom ispitivanja svojstava funkcija učenik se treba služiti zaključivanjem koje se temelji na osnovama matematičke logike. Podsticati učenike da pronalaze ilustrativne primjere funkcija koje imaju ili nemaju svojstava injekcije, sirjekcije i bijekcije kako bi povezali formalna matematička tumačenja sa konkretnim primjerom. Kod učenika razvijati sposobnost diskusije, iznošenja stava na temelju argumenta.

B Algebra

B.1.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom

Transformiše cijele brojeve izraze

Transformiše cijele algebarske izraze

Transformiše razlomljene algebarske izraze

Primjenjuje elementarne teoreme algebre (Bezuov stav, Hornerova šema, teorema o identičnosti polinoma) na algebarske izraze

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojevi izrazi; Naučni (eksponencijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Teorema o identičnosti polinoma; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Bezuova teorema (stav). Hornerova shema; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Uočiti analogiju u postupcima dijeljenja brojeva i dijeljenja polinoma. Nakon toga, pri određivanju ostatka pri dijeljenju uočiti vezu između klasičnog dijeljenja, Hornerove sheme i Bezuovog stava. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$). Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove primjene u fizici i hemiji.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. masa elektrona, naučni zapis); Geografija (npr. udaljenost Zemlje od Sunca, starost Zemlje); Informatika (npr. kompjuterske simulacije transformacija algebarskih izraza); Hemija (npr. primjena u proračunima)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Pravila i osobine računanja pomoću interaktivnih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Transformisanjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvije svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktORIZACIJU polinoma. Učenici povezuju faktORIZACIJU sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktORIZACIJE obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

C Geometrija i mjerenja

C.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira odnose između elementarnih geometrijskih pojmova

Primjenjuje aksiome o pravoj i ravni

MTP-3.1.1

C.I.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima.

Primjenjuje teoreme o podudarnosti trouglova

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka

Rješava po etapama konstruktivne zadatke o trouglu, četverouglu i kružnici

MTP-3.1.2

C.I.3

Rješava geometrijske probleme koristeći izometrijska preslikavanja u ravni.

Razlikuje izometrijska preslikavanja: translaciju, rotaciju i simetriju

Koristi izometrijska preslikavanja u problemskim zadacima

MTP-3.1.4

KLJUČNI SADRŽAJI

Aksiome (pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti, paralelnosti); Poluprava, duž, mnogougona linija, poluravan, poluprstor; Ugao. Mjerenje uglova; Uglovi uz transversalu; Uglovi sa paralelnim i okomitim kracima; Trougao; Mnogougao; Podudarnost; Kružnica i krug; Uglovi u kružnici; Značajne tačke, duži i prave trougla; Četverougao (romboid, paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid). Tangenti i tetivni četverougao; Geometrijske konstrukcije. Osnovni i složeni konstruktivni zadaci u trouglu, četverouglu i krugu; Površina paralelograma, trougla i trapeza.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenici se prvi put sreću sa aksiomatskim zasnivanjem geometrije, te je važno da shvate potrebu za uvođenjem aksioma u matematiku. Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu. Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. primjena podudarnosti u zadacima); Informatika (npr. prikaz podataka grafički pomoću Geogebre); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta); Likovna kultura (npr. perspektiva)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja. Trigonometriju pravouglog trougla učenik će istražiti u različitim disciplinama kao što su astronomija, fizika, građevina i

arhitektura. Učenik će biti osposobljen da geometrijske odnose i svojstva primijeni prilikom rješavanja problemskih situacija u fizici, geodeziji, umjetnosti i stvarnom životu.

Algebra. Geometrija i mjerenja

.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

Primjenjuje vektore u zadacima dokazivanja geometrijskih tvrdnji

Definiše trigonometrijske funkcije u pravouglom trouglu

Analizira osobine date linearne funkcije iz njenog grafičkog prikaza

.I.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih zapisa, grafika i dijagrama, te generalizuje na osnovu njih.

Primjenjuje proporcije, osobine funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike linearnih funkcija sa i bez apsolutne vrijednosti

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Vektori u ravni. Operacije s vektorima; Linearna kombinacija vektora; Linearna zavisnost vektora; Razlaganje vektora; Izometrijska preslikavanja u ravni (translacija ravni, rotacija ravni, centralna simetrija, osna simetrija); Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Razmjere (omjeri) i proporcije; Funkcija direktne proporcionalnosti $y=kx$ (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija $y=kx+n$ (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti (tok i grafik); Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglom trouglu ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora analitički i grafički. Izometrijska preslikavanja u zadacima koristiti kako bi se uočile neke od osobina posmatranih figura (npr. osna simetričnost), te da se uz pomoć izometrijskih preslikavanja figure mogu dovoditi u razne položaje, a da pri tom osobine poput udaljenosti tačaka ostaju očuvane (invarijantnost). Razmjere, proporcije, direktnu i obrnutu proporcionalnost uvesti ponavljanjem onog što su učili u osnovnoj školi. Koristiti što „bliže“ primjere učenicima. Nakon toga uvesti grafike za funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti, te linearne nehomogene funkcije, ispitujući njihov tok. Trigonometrijske funkcije također pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglom trouglu. Koristiti trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih u pravouglom trouglu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, uspon ili nagib ulice); Informatika (npr. kompjutrske simulacije izometrijskih preslikavanja u ravni); Hemija (npr. topljene leda, primjena procentnog računa); Geografija (npr. razmjera na geografskim kartama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i "čitanje" grafika i svojstva funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima.

B Algebra

B.I.1

Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih nejednačina sa dvije nepoznate

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina na problemske situacije

MTP-2.1.1

B.I.2

Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.

Analizira egzistenciju i broj rješenja linearne jednačine, nejednačine i sistema

Zaključuje o rješenjima na osnovu grafičkog prikaza tokom rješavanja

Primjenjuje Kramerovu teoremu za diskusiju rješenja sistema linearnih jednačina

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine sa jednom i sa dvije nepoznate; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Linearne Diofantove jednačine sa dvije nepoznate; Linearne jednačine i nejednačine sa parametrima; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate: metoda supstitucije, Gausova metoda, metoda determinanti, grafička metoda; Sistemi od dvije linearne nejednačine sa jednom nepoznatom; Rješavanje sistema od dvije linearne nejednačine sa jednom nepoznatom; Diskusija rješenja (Kramerova teorema).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja treba ponoviti na jednostavnijim primjerima, a zatim uvesti i neke nove. Sve različite načine rješavanja jednačina, nejednačina i sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima, kako postupci ne bi postali formalni. Rješavati zadatke i sa apsolutnom vrijednosti i sa najviše dva parametra. Grupni oblik rada je pogodan u procesu podučavanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina na računski dio zadatka); Hemija (npr. miješanje hemijskih elemenata); Informatika (npr. prikaz podataka grafički pomoći GeoGebre)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto. Samostalnim i timskim radom razvijati metakognitivne kompetencije, kao i međusobno poštovanje, poštovanje privatnosti i prepoznavanje pouzdanosti i valjanosti prikupljenih informacija. Korištenjem softverskog paketa Geogebra razvija se digitalna pismenost kao i IKT vještine.

Srednje II.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11

C Geometrija i mjerenja

C.II.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata te koristi geometrijske transformacije i sličnost geometrijskih figura.

Primjenjuje Talesovu teoremu u rješavanju problemskih zadataka
Donosi zaključke koristeći homotetiju u geometrijskim problemima
Rješava geometrijske probleme primjenom homotetije i sličnosti

MTP-3.1.1

C.II.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima i analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih oblika.

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka
Primjenjuje teoreme o sličnosti trouglova prilikom rješavanja problemskih zadataka
Analizira objekte u realnom okruženju u kontekstu sličnosti

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Mjerenje duži. Zajednička mjera dviju duži. Samjerljive i nesamjerljive duži; Proporcionalnost duži. Geometrijska proporcija, geometrijska sredina dviju duži, produžena proporcija; Talesova teorema; Homotetija; Sličnost; Stavovi o sličnim trouglovima.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Talesovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž, ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa skice pretpostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon tog i dokazati svoju pretpostavku ukoliko je tačna.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Geografija (npr. primjena homotetije na izračunavanje udaljenosti na geografskoj karti); Historija (npr. život poznatih matematičara); Fizika (npr. snop svjetla); Informatika (npr. prikaz zadataka grafički pomoću GeoGebre)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

U okviru ove tematske cjeline kod učenika se razvijaju vještine upoređivanja i procjenjivanja prema određenim kriterijima, otkrivanje zavisnosti između duži i uglova. Učenici analiziraju odnose između istorodnih geometrijskih figura, predmeta i pojava u svijetu koji ih okružuje, te izvode zaključke na osnovu utvrđenih osobina. Podsticati praktičnu primjenu sadržaja ove cjeline uz korištenje odgovarajućeg geometrijskog pribora i dostupnog matematičkog softvera. Pri tome učenici razvijaju i vlastite pozitivne osobine poput urednosti i preciznosti u radu, analiziranja problema i odgovarajućih crteža, te korištenja matematičke logike u zaključivanju. Radom u grupi učenici stiču odgovornost za svoj rad, razvijaju

komunikaciju kako bi se ostvario cilj grupnog rada, dijele znanje. Treba podržavati vršnjačko učenje, kolaborativno učenje, te podsticati refleksiju na svoj rad.

B Algebra

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima

Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem); Stepeni sa cijelim eksponentom; Operacije sa stepenima jednakih baza ili jednakih eksponenata; Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepeni sa racionalnim eksponentom.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Nakon ovladavanja operacijama sa stepenima i korijenima, pristupiti rješavanju složenijih zadataka iz ove oblasti. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Postepeno usložnjavati zadatke.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. kompjuterska simulacija transformacije stepenog izraza); Fizika (npr. gravitaciona sila); Hemija (npr. primjena stepena i korijena u zadacima); Historija (npr. prikaz historijskih događaja pomoću potencije broja 10)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Praćenjem različitih animacija osnovna svojstva operacija sa stepenima i korjenima postupno vode ka njihovoj pravilnoj primjeni u složenijim slučajevima, kao i primjeni u drugim predmetima. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije

A.II.1

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni

Primjenjuje veze između skupova brojeva N, Z, Q, I, R, C

MTP-1.1.2

A.II.2

Odabire i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema.

Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu C

Kombinuje računske operacije sa kompleksnim brojevima

Povezuje skup kompleksnih brojeva sa skupom tačaka kompleksne ravni

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano-kompleksni brojevi; Modul (apsolutna vrijednost) kompleksnog broja; Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za uvođenje kompleksnih brojeva (jednačina $X^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva formirati uz ponavljanje principa permanencije (skup kompleksnih brojeva se ne može urediti u odnosu na relaciju „biti veće“ ili „biti manje“). Do automatizma usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku i stepene imaginarne jedinice. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računske operacije. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnih brojeva. Usvojiti vezu između tačaka u ravni i kompleksnih brojeva (kompleksna ili Gausova ravan). Dati kompletnu geometrijsku interpretaciju sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva u koordinatnoj ravni i modula kompleksnog broja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. fraktalna geometrija); Fizika (npr. naizmjenična struja); Biologija (npr. krvotok, oblik krošnje stabla)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o odredjenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevnih područja. Traži odgovore na pitanja: *Šta ću naučiti?* i *Za šta mi to treba?* Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te problemima teorije brojeva. Razviti analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

Algebra. Podaci i vjerovatnoća

.II.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika i dijagrama.

Analizira svojstva kvadratnih, eksponencijalnih i logaritamskih funkcija

Primjenjuje kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije u problemskim zadacima

Prikazuje grafički kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju

MTP-2.1.2

.II.2

Obrađuje podatke iz različitih izvora te ih predstavlja u različitim formama.

Interpretira grafik funkcije

Povezuje podatke sa grafikom funkcije (kvadratnom, eksponencijalnom i logaritamskom)

Upoređuje grafike funkcija (kvadratna, eksponencijalna i logaritamska)

MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratna funkcija $y=ax^2+bx+c$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Eksponencijalna funkcija, $a>0$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote); Pojam logaritma. Pravila logaritmiranja. Dekadski i prirodni logaritam; Logaritamska funkcija $0<a\neq 1$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote)

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije. Koristiti se translacijom za vektor položaja tjemena parabole (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije. Usvojiti osobine eksponencijalne funkcije i znati ih pročitati sa datog grafika. Upoznati se sa primjenama eksponencijalnih funkcija (npr. slučaj korona virusa). Pri uvođenju pojma logaritamske funkcije, dati njenu poveznicu sa pojmom inverzne funkcije i njenim grafikom, radi uočavanja njenih osobina i veze sa grafikom eksponencijalne funkcije. Usvojiti osobine logaritamske funkcije i znati nacrtati njen grafik.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom pomoću GeoGebre); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, prag čujnosti); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih deseterostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu.

Učenik stiče sposobnost modelovanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja.

Također će sticati vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupiti. Prigodnim animacijama učenik asocijativnim putem nove informacije pohranjuje u dugoročno pamćenje- mnemotehnike. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih nauka i interes za nauku.

B Algebra

B.II.1

Argumentuje postupke za rješavanje jednačina i nejednačina.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena)

Kombinuje metode i tehnike rješavanja iracionalnih jednačina i nejednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina

Primjenjuje Vietove formule

MTP-2.2.2

B.II.2

Diskutuje o rješenjima jednačina i nejednačina u kontekstu problema, te grafički prikazuje rješenja.

Diskutuje rješenja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja

Diskutuje rješenja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena) u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja iracionalnih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja eksponencijalnih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja logaritamskih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Bikvadratne jednačine oblika $ax^4+bx^2+c=0$; Kubne jednačine oblika $ax^3+bx^2+cx+d=0$; Jednačine višeg reda sa simetričnim koeficijentima; Iracionalne jednačine i nejednačine; Eksponencijalne jednačine i nejednačine; Logaritamske jednačine i nejednačine; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena; Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Usvojiti Vietove formule i primjenjivati ih. Primjenjivati kvadratne jednačine u drugim predmetima i u jednostavnim problemskim zadacima. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Rješavanje sistema jednačina sa dvije nepoznate interpretirati grafički (uz korištenje odgovarajućeg interaktivnog sadržaja). Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina; ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja. Izračunavanju logaritma treba posvetiti posebnu pažnju. Objasniti značaj i primjenu broja e . Posebno mjesto trebali bi zauzeti i zadaci iz praktične primjene logaritamskog računa.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. prikaz podataka grafički pomoću GeoGebre); Fizika (npr. prigušene oscilacije, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvijanje samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Vizualizacijom, upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Učenici trebaju da koriste razne IKT alate u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Pri tome prepoznaju rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupaju.

B Algebra

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u trigonometriji.

Objašnjava vezu između trigonometrijskih funkcija

Primjenjuje obrasce iz trigonometrije za proučavanje odnosa u trouglovima

Analizira svojstva osnovnih trigonometrijskih funkcija u trigonometrijskoj kružnici

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao. Radian; Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija u trigonometrijskoj kružnici; Odnosi stranica pravouglog trougla; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° ; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba digitrona ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost trigonometrijskih funkcija; Trigonometrijske funkcije negativnog argumenta; Parne i neparne trigonometrijske funkcije; Svođenje na prvi kvadrant.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Ponoviti pojam radijana. Definirati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštrog uglova na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost trigonometrijskih funkcija, trigonometrijske funkcije negativnog argumenta), te njihovoj primjeni na svođenje trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Informatika (npr. prikaz podataka grafički pomoću GeoGebre); Fizika (npr. prigušene oscilacije, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Učenici vizualiziraju, osposobljavaju se da definišu, pronalaze zakonitosti zavisnosti.

Srednje III.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 12

B Algebra

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u trigonometriji.

Analizira svojstva trigonometrijskih funkcija

Primjenjuje trigonometrijske zakonitosti i odnose (u planimetriji, sterometriji i problemima iz realnog okruženja)

Transformiše trigonometrijske izraze

MTP-2.1.1

B.III.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Crta grafike trigonometrijskih funkcija

Zaključuje o svojstvima i promjenama grafika složenih trigonometrijskih funkcija na temelju amplitude, perioda, početne faze

Primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu i ostale trigonometrijske tvrdnje u problemskim situacijama

MTP-2.1.2

B.III.3

Argumentuje postupke za rješavanje trigonometrijskih jednačina, nejednačina i sistema.

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih nejednačina

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja sistema trigonometrijskih jednačina

MTP-2.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$; Ispitivanje i grafičko predstavljanje trigonometrijskih funkcija: $y=asin(bx+c)+d$, $y=acos(bx+c)+d$, pomoću karakterističnih tačaka; Transformacije trigonometrijskih funkcija (adicione teoreme, trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i poluugla, transformacije proizvoda trigonometrijskih funkcija u zbir i razliku); Sinusna i kosinusna teorema; Trigonometrijske jednačine i nejednačine; Sistemi trigonometrijskih jednačina i nejednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Korištenjem interaktivnih digitalnih sadržaja (npr. GeoGebra) demonstrirati grafike trigonometrijskih funkcija uz uočavanje njihovih osobina i pravila, te analizu istih. Uočavati veze među trigonometrijskim formulama putem njihovog izvođenja. Koristiti matematičko modelovanje za primjenu sinusne i kosinusne teoreme na rješavanje pravouglog i kosouglog trougla. Proširiti vještine rješavanja jednačina, nejednačina i sistema i na trigonometrijske jednačine, nejednačine i sisteme spoznavajući nove strategije. Voditi računa o definicionom području i o pripadnosti rješenja definicionom području.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. gibanje niz kosinu sa i bez trenja, primjena sinusoide na bečki Reisenrad); Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Geografija (npr. udaljenost ostalih planeta od Zemlje)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Uz pomoć interaktivnih sadržaja učenik vizualizira i donosi zaključke, sintetizira i primjenjuje stečena znanja, rješava konkretne probleme iz matematike i realnog svijeta, razvija kreativnost i znatiželju kroz istraživanja o mogućnostima primjene datog nastavnog gradiva. Učenik pronalazi nove relacije između stranica i uglova trougla i zaključuje o nekim geometrijskim odnosima na novi način. Na temelju ranije usvojenih činjenica učenik predviđa rješenja i smješta ih u odgovarajući okvir. Utvrđuje rješenje problema koristeći implicitne i eksplicitne pokazatelje. Razvija spoznaju da je matematika kao naučna disciplina zasnovana na jasnim definicijama i stavovima.

B Algebra

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže grafički i usmeno.

Predstavlja jednačinu prave u raznim oblicima

Predstavlja grafički krive drugog reda

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u ravni

Analizira međusobni odnos krivih II reda i između pravih i krivih II reda

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Koordinatni sistem u ravni; Rastojanje između dvije tačke; Koordinate središta duži; Koordinate težišta trougla; Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. Uslov kolinearnosti tačaka; Jednačine prave u ravni; Ugao između dvije prave u ravni. Uslov paralelnosti i normalnosti pravih; Presjek dvije prave; Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku; Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke; Jednačina simetrale ugla između dvije date prave; Konusni presjeci – krive drugog reda: kružnica, elipsa, hiperbola, parabola (jednačina, uslov dodira prave i krive, jednačina tangente i normale krive u dodirnoj tački); Ugao presjeka između prave i krive drugog reda ili između dvije krive drugog reda; Zajednička tangenta dvije krive drugog reda.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sadržaje ove tematske cjeline uvesti ilustrovanjem pojmova i odnosa koji se uvode u njoj. Dosadašnja znanja sistematizovati i voditi učenike ka logičkom zaključivanju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara. Crtati što zornije i realnije slike, ali naglašavati da crtež ne može biti dokaz, već da nam služi kako bismo došli do odgovarajuće ideje kako riješiti neki problem. Zbog važnosti vježbati prevođenje jednačine prave iz jednog oblika u drugi, ističući značenja svih sastavnih dijelova nekog oblika. Problemske zadatke sa krivim drugog reda rješavati prvo na crtežu povezujući date podatke sa traženim, a tek onda računski. Prije uvođenja uslova za međusobni odnos prave i krivih drugog reda, doći do zaključka koji su to mogući slučajevi.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. procjena da ne dođe do sudaranja planeta, sočiva); Geografija (npr. vrtlarska „konstrukcija“ elipse); Informatika (npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih 2. reda na osnovu datih uslova)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost logičkog i prostornog razmišljanja i predstavljanja datog problema na različite načine. Vizualizacijom uz pomoć različitih softvera (Geogebra, Auto Cad, ...) analizira i izvodi zaključke, te generalizuje. Kombinuje metode i različitim pristupima dolazi do rješenja, te tako razvija kreativnost.

B Algebra

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u prostoru, te koristi simbole i različite prikaze

Primjenjuje skalarni, vektorski i mješoviti proizvod vektora

Upoređuje različitosti i sličnosti između figura u ravni i prostoru, kao i njihov međusobni odnos

Povezuje znanja iz analitičke geometrije u ravni sa znanjima iz analitičke geometrije u prostoru

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u prostoru

Skicira rješenja u kontekstu datog problema

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Osnovne operacije s vektorima; Vektorski prostor; Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora; Baza vektorskog prostora; Razlaganje vektora na komponente; Projekcija vektora na pravu, ravan i osu; Pravougli koordinatni sistem u prostoru i koordinatni vektori; Skalarni proizvod dva vektora; Vektorski proizvod dva vektora; Mješoviti proizvod tri vektora; Uslov linearne zavisnosti tri vektora.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Dosadašnja znanja o vektorima u ravni proširiti na prostor. Crtati skice kad god je to moguće kako bi učenici imali što zorniji prikaz u cilju vizuelizacije svakog problema. Fokus ne treba biti na komplikovanim zadacima već na razvoju prostornog zora. Nakon sistematizacije znanja o vektorima, proširiti ih definisanjem linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora, baze vektorskog prostora, skalarnog, vektorskog i mješovitog proizvoda vektora i sl. Osobine vektora vježbati kroz njihovu primjenu u različitim zadacima. Ukazati na razliku između slobodnog i vezanog vektora. Skalarni, vektorski i mješoviti proizvod učenik primjenjuje u rješavanju problema iz svakodnevnog života kao što su površina i zapremina koji se smatraju važnim geometrijskim pojmovima.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. razlaganje sile, pomak, brzina), Informatika (npr. kompjuterska simulacija projekcije vektora na ravan); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. primjena težišta u plesu)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Osposobljavati učenika za apstraktno i prostorno mišljenje, te efikasno povezivanje matematičkih znanja, ideja i rezultata koristeći raznovrsne prikaze. Usmjeravati učenika da artikuliše svoja razmišljanja i sagledava probleme iz različitih perspektiva i upoređuje različite metode rješavanja. Poticati učenike da vizualizacijom uz pomoć različitih softvera analiziraju, izvode zaključke i generalizuju.

B Algebra

B.III.1

Prikazuje matematičke strukture različitim zapisima.

Povezuje koeficijente sistema linearnih jednačina sa više nepoznatih u novi model - matrice

Kombinuje tehnike rada sa matricama i determinantama

Rješava matrične jednačine

MTP-2.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Matrice (vektor matrice, realne i kompleksne, nula matrice, konstantna i promjenljiva, simetrična i kososimetrična, dijagonalna, skalarna i jedinična, trougaona i Jakobijeva, adjungovana, inverzna); Jednakost matrica; Operacije s matricama (sabiranje i oduzimanje, množenje skalarom, proizvod dvije matrice, potencija kvadratne matrice); Determinante 3-eg reda; Laplace-ov razvoj; Cramerovo pravilo; Matrične jednačine.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Matrica je učenicima nov pojam, te je potrebno uvesti ga uz odgovarajuće primjere. Učenici trebaju znati vrste matrica i računati s njima. Također, trebaju uočiti razlike između matrica i determinanti. Učenicima demonstrirati primjenu matrica i determinanti na rješavanje sistema linearnih jednačina i to do trećeg stepena. Interesantan primjer primjene matrica je primjer kodiranja i dekodiranja šifri u kriptografiji.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. Slaterove determinante); Informatika (npr. algoritam za rješavanje sistema linearnih jednačina)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Generička kompetencija kao što je sposobnost primjene znanja u praksi dolazi do izražaja zbog matrica u elektromagnetizmu, kvantnoj mehanici, teoriji vjerovatnoće, statistici, ekonomiji, kompjuterskom programiranju. Razviti istrajnost u kontekstu iznalaženja rješenja problema. Stiče se samopouzdanje kroz primjenu ranije stečenih znanja, te se razvija kreativnost i inovativnost.

C Geometrija i mjerenja

C.III.1

Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura

Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura

MTP-3.2.1

C.III.2

Sintetizuje matematičke argumente o geometrijskim odnosima i geometrijskim figurama.

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka

Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka

Primjenjuje trigonometrijske omjere, sinusnu i kosinusnu teoremu u stereometriji

KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama i mnogougla; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Diedar, rogali, poliedar; Rogljasta tijela (piramida, prizma, krnja piramida); Površine i zapremine uspravnih tijela; Kavalierijev princip; Rotaciona tijela (valjak, kupa, krnja kupa, lopta); Površine i zapremine uspravnih tijela, lopte i njenih dijelova.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje tzv. mapa uma. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Demonstrirati Kavalierijev princip. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. Arhimedov zakon); Geografija (npr. zapremina planeta); Informatika (npr. video prezentacije nastanka krnjih tijela i dijelova lopte); Biologija (npr. Kavalierijev princip i zapremina pluća)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima)

Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizuelizaciju i analizu.

Istraživanje geometrijskih tijela u prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

Srednje IV.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 13

B Algebra

B.IV.1

Zaključuje logički i primjenjuje matematički dokaz (princip matematičke indukcije).

MTP-2.3.2

Dokazuje matematičkom indukcijom tvrdnje koje se odnose na prirodne brojeve (dokazi jednakosti, identiteta, nejednakosti, tvrdnje o djeljivosti)

Povezuje po analogiji matematičke činjenice

Prosudjuje dobijene zaključke vezane za princip matematičke indukcije

B.IV.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u matematici primjenom binomnog obrazca, te rješava odgovarajuće probleme.

MTP-2.1.1

Dokazuje binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata

Analizira svojstva binomnih koeficijenata

Rješava probleme koristeći binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata

KLJUČNI SADRŽAJI

Matematička indukcija. Primjena principa matematičke indukcije na jednakosti, identitete, nejednakosti i na djeljivost polinoma; Binomni obrazac. Svojstva binomnih koeficijenata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Na jednostavnim primjerima demonstrirati metodu matematičke indukcije (početni zadaci ne trebaju biti opterećeni komplikovanim računom). Učenik treba prepoznati primjere u kojima se ta metoda može uspješno primjenjivati (dokazi identiteta, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu prirodnih brojeva ili u nekom njegovom podskupu). Kod binomnog obrasca uvodi se prvi put oznaka za sumu, te tome posvetiti pažnju kako bi učenici razumjeli u potpunosti kratki zapis formule. Demonstrirati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Nakon uvedenog pravila o izračunavanju binomnih koeficijenata, demonstrirati učenicima nastanak Paskalovog trougla, te način na koji ga koristimo.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. dokazivanje nekih formula); Informatika (npr. demonstracija nastanka Paskalovog trougla)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika se razvija matematička logika, zaključivanje po analogiji, apstrakcija, generalizovanje, dosljedno poštovanje definicija i pravila. Učenik koristi induktivni načina zaključivanja i uočava njegove nedostatke kao i važnost dokaza na temelju argumenata, uključujući etape provjere. Učenik povezuje teoriju i praksu, istražuje mogućnosti primjene datog postupka na različite probleme. Primjenom binomnog obrasca sintetizira i koristi ranije stečena znanja. Učenici će biti osposobljeni da koriste nove i drugačije simbole, da tu simboliku pretvaraju u jezičku formu i verbalno interpretiraju matematički problem. Korištenjem različitih izvora znanja, učenici povezuju bitne odnose u problemskoj situaciji. Pravilo, definiciju ili zakonitosti konkretizuje primjerima i razvija kreativnost, postupnost i preciznost u radu.

B Algebra

B.IV.1

Primjenjuje elemente kombinatorike za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa u realnom svijetu.

Rješava problemske situacije primjenom odgovarajućih strategija iz kombinatorike

Diskutuje o mogućim rješenjima datog problema

MTP-2.1.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Princip uzastopnog prebrojavanja (Dekartov proizvod skupova); Permutacije sa i bez ponavljanja; Varijacije; Kombinacije sa i bez ponavljanja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Fokus ove tematske cjeline je na upoznavanju elementarnih pojmova kombinatorike. Kombinatorne zadatke kada je god je moguće vezivati za konkretne životne situacije. Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa i bez ponavljanja sa realnim primjerima, te smišljati primjere u kojima se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja. Povezati ovu tematsku cjelinu sa primjerima iz drugih nauka (genetike, fizike, geografije...).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. komunikacijske mreže); Hemija (npr. generisanje kombinacija baza i hemijskih spojeva); Biologija (npr. izračunavanje određenih pojava, inteligentna analiza ljudskog lica); Psihologija (npr. kombinatorni problemi)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sposobnost donošenja odluke na koji način riješiti zadani problem u vidu matematičkog zadatka je izražena u ovoj tematskoj cjelini. Uvažavanjem različitih načina rješenja zadataka, na osnovu poznatih jednostavnijih primjera kod učenika se razvija kreativnost. Učenici razvijaju sposobnost postavljanja pitanja, traganja za odgovorima, važnosti provjeravanja u praksi i samostalnog zaključivanja. Učenik stiče sposobnost utvrđivanja karakteristika posmatranih pojava i stvari, istraživanja i otkrivanja nepoznatog, te korištenja znanja i iskustva u novim okolnostima.

D Podaci i vjerovatnoća

D.IV.1

Formuliše problem i prikuplja podatke.

Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama

Klasifikuje podatke

Povezuje podatke

MTP-4.1.1

D.IV.2 Obrađuje podatke iz različitih izvora i predstavlja ih u različitim formama.	Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema Primjenjuje statističke metode u problemskim situacijama kada je to moguće
MTP-4.1.1	
D.IV.3 Interpretira i diskutuje dobijene podatke i rezultate istraživanja.	Upoređuje podatke prikazane na različite načine Odabire uzorak populacije za odgovor na pitanje Analizira rezultate istraživanja
MTP-4.1.2	
D.IV.4 Koristi statističke analize i elemente kombinatorike s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.	Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće Procjenjuje ishod povećanja broja ponavljanja eksperimenta Povezuje termine vjerovatnoće i kombinatorike Argumentuje moguće ishode u okviru datog problema
MTP-4.2.1	

KLJUČNI SADRŽAJI

Događaji. Operacije s događajima (unija, presjek, razlika, komplement); Vjerovatnoća (klasična, uslovna, totalna); Disperzija; Elementi matematičke statistike (populacija, statistički skup), Karakteristike statističkog skupa (pokazatelji disperzije, srednje apsolutno odstupanje, varijansa i standardna devijacija); Obrada i analiza podataka i rezultata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Poželjno je u uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju), a zatim njihovu analizu, obradu, te prikaz u pogodnom obliku. Posebnu pažnju obratiti na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoću kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće. Po mogućnosti izračunati vjerovatnoću događaja da učenik u nekoj od igara na sreću ostvari siguran dobitak.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. masa elektrona, naučni zapis); Geografija (npr. udaljenost Zemlje od Sunca, starost Zemlje); Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika (npr. proučavanje raznih pojava unutar eksperimenta); Biologija (npr. analiza podataka), (npr. kompjuterske simulacije transformacija algebarskih izraza); Hemija (npr. primjena u proračunima)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu vjerovatnoće u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Korištenjem interaktivne geogebre stvaraju se uslovi za kontinuiran razvoj digitalne pismenosti. Saradničkim radom u timovima

ostvaruju se principi uvažavanja različitih mišljenja i ideja, umijeće planiranja i donošenje odluka. Učenik podstiče svoju odgovornost za vlastiti uspjeh i napredovanje, opravdava ideje za pronalazjenje rješenja. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u vjerovatnoći i statistici jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupi. Učenici su osvješteni da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Skupovi, brojevi i operacije. Geometrija i mjerenja

.IV.1

Analizira svojstva i odnose brojeva i brojnih sistema, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći trigonometrijski oblik kompleksnog broja

Predstavlja kompleksne brojeve analitički i geometrijski u kompleksnoj ravni i u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje Moavrovu formulu

MTP-1.1.2

.IV.2

Kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.

Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva prikazanih u trigonometrijskom obliku

Kombinuje računske operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje grafičku interpretaciju kompleksnih brojeva i Eulerovu formulu

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja; Računske operacije sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku (množenje, dijeljenje, stepenovanje, korjenovanje); Eulerov oblik kompleksnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Zapisivati kompleksan broj prvo u algebarskom, a zatim u trigonometrijskom obliku. Uočiti prednosti i nedostatke i jednog i drugog zapisa. Postupke prikazivanja kompleksnih brojeva, te računskih operacija pratiti odgovarajućim crtežima u Gaussovoj ravni. Koristiti i Moivreovu formulu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. elektronika); Informatika (npr. kompjuterska simulacija kompleksnog broja pomoću fraktala)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Upotrebom različitih metoda i tehnologija (animacije i ilustracije skupa kompleksnih brojeva) razvija se sposobnost i spremnost korištenja matematičkih oblika mišljenja. Diskusijom pri rješavanju problema razvija se verbalizacija, argumentovanje i logičko zaključivanje. Korištenjem raznih web alata učenik vizualizira dati problem, predstavlja ga na različite načine i uključuje se u autentične oblike učenja. Upotrebom tehnologije učenici mogu povezivati kompleksne brojeve i fraktale, s ciljem podsticanja kreativnosti i inovativnosti.

B Algebra

B.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu kroz nizove i redove realnih brojeva.

Tumači odnose između članova nizova realnih brojeva

Primjenjuje znanja o aritmetičkim i geometrijskim nizovima u rješavanju problemskih zadataka

Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka

Uspostavlja analogije između matematičkih činjenica

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Podskupovi skupa. Donja i gornja granica skupa. Supremum i infimum skupa. Aksiom potpunosti skupa. Tačka nagomilavanja; Brojevni niz; Aritmetički niz. Geometrijski niz; Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza; Granična vrijednost niza. Računanje s graničnim vrijednostima niza; Konvergencija monotonih nizova; Broj e ; Redovi. Beskonačan red; Geometrijski red; Kamatni račun; Neprebrojivost skupa.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Pojam niza uvesti preko primjera nizova iz svakodnevnog života, s posebnim osvrtom na aritmetičke i geometrijske nizove. Navoditi primjere konvergentnih i nekonvergentnih nizova. Geometrijski ilustrovati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima. Kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje limesa niza ukazujući na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog (po volji velikog) intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. niz sa opštim članom $1/n$). Ukazati na razlike između pojmova niza i reda. Ukazati na mogućnost primjene nizova i redova, s posebnim naglaskom na primjenu beskonačnog geometrijskog reda (veza između decimalnih brojeva i razlomaka kao i primjena u geometriji).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. primjena prirodnog logaritma); Biologija (npr. Fibonačijev niz); Geografija (npr. prirodni priraštaj); Informatika (npr. grafički prikaz konvergentnog i divergentnog niza)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici se osposobljavaju da modeliraju situacije iz stvarnog života. Kroz programe dinamičke geometrije sintetiziraju znanja iz različitih matematičkih oblasti. Pristup temeljen na otkrivanju i istraživanju poboljšava matematičko razumijevanje učenika što rezultira matematičkim znanjima koja postaju funkcionalna u različitim kontekstima. Podsticati razvoj matematičke i naučne znatiželje i kreativnosti i ueničkog potencijala za kritičko razmišljanje i analizu.

B Algebra

B.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u okviru realnih funkcija i generalizuje ih.

Ispituje svojstva realne funkcije jedne realne promjenljive

Koristi grafički prikaz funkcije za analizu njenih osobina

Skicira grafik funkcije na osnovu ispitanih svojstava funkcije

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Realne funkcije jedne realne promjenljive (pojam, oblast definisanosti, vrijednost, grafik, kompozicija, opšte osobine: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost); Pregled elementarnih funkcija; Granična vrijednost funkcije (limes); Dokaz i primjena osnovnih graničnih vrijednosti: Računanje limesa; Neprekidnost funkcije; Osobine neprekidnih funkcija; Asimptote.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Precizno definisati pojam funkcije. Upoznati detaljnije elementarne funkcije (svojstva i grafik). Graničnu vrijednost funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Na jednostavnom primjeru demonstrirati računanje po definiciji granične vrijednosti funkcije i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcija i asimptota. Povezivati graf funkcije i njena svojstva, te tumačiti značenja tih svojstava.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. zavisnost gustoće čiste tvari o temperaturi); Hemija (npr. molarni toplinski kapacitet dvoatomskog idealnog plina konstantne zapremine); Sociologija (npr. procjena graničnog ponašanja); Informatika (npr. prikaz podataka pomoću GeoGebre)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Na osnovu stečenog znanja treba da tragaju za rješenjima, opisuju karakteristike posmatranih funkcija. Dobijene rezultate učenici treba kritički da vrednuju i formulišu zaključke uz korištenje alata dinamičke geometrije. Pomoću funkcija učenici će modelirati probleme iz matematike, fizike i stvarnog života. Učenici uče otkrivanjem koje se odvija radom u grupama ili u paru. Dijalog i diskusija učenika podstiče društvenost i doprinosi razvoju razumijevanja. Učenici izražavaju svoja mišljenja, hipoteze i zaključke kroz slobodan saradnički proces, što doprinosi podizanju njihovog samopouzdanja.

B Algebra

B.IV.1

Primjenjuje diferencijalni račun

Povezuje geometrijsko i fizikalno značenje izvoda

Primjenjuje metode deriviranja i diferenciranja

Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje toka i crtanje grafika funkcija

MTP-2.1.3

B.IV.2

Primjenjuje pojam integrala i operaciju integriranja.

Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja

Primjenjuje metode integriranja

Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu

Kombinuje diferencijalni i integralni račun u rješavanju problema

MTP-2.1.3

Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine

KLJUČNI SADRŽAJI

Izvodi (derivacije); Tangenta i normala na grafik funkcije; Pravila deriviranja; Izvod zbira, razlike, proizvoda i količnika; Derivacije nekih posebnih funkcija (trigonometrijskih, logaritamskih, eksponencijalnih, složenih, inverznih, implicitnih); Derivacije višeg reda; Ispitivanje toka i crtanje grafika funkcije; Primitivna funkcija i neodređeni integral; Tablični integrali; Osobine neodređenog integrala; Zamjena promjenljivih u neodređenom integralu; Integracija racionalnih funkcija; Parcijalna integracija; Određeni integral; Osobine određenog integrala; Newton-Leibnizova formula; Primjena određenog integrala u izračunavanju površine krivolinijskog trapeza i dužine luka, te površine rotacionih površi i zapremine rotacionih tijela.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Definisati pojam izvoda i njegovu geometrijsku i mehaničku interpretaciju, računati izvode i primjenjivati ih u ispitivanju funkcije. Bar jedan tablični izvod izračunati po definiciji. Dokazati bar jedno od pravila za zbir, razliku, proizvod ili količnik izvoda, a ostala demonstrirati kroz primjere. Upoznati pojam neodređenog integrala kao antiderivaciju. Pojam određenog integrala uvesti uz odgovarajuću geometrijsku interpretaciju integralnih suma. Uraditi primjere za izračunavanje obima i površine kruga, te površine i zapremine lopte, te ih uporediti sa već naučenim formulama. Uraditi primjer i za površinu dijela ravni omeđenog sinusoidom na intervalu $[0, 2\pi]$. Primjenu određenog integrala ograničiti na jednostavnije primjere. Diferencijalni račun je prikladan za uvođenje manjih projektnih zadataka koji zahtijevaju istraživački rad, uočavanje određenih zakonitosti i analogija, postavljanja matematičkog modela.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. brzina, rad sile, kinetička energija, pritisak tečnosti, put pri mjerenju brzine); Biologija (npr. brzina rasta populacije u nekom trenutku); Hemija (npr. hemijske reakcije, hemijska kinetika)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija. Planira rješavanje problema odabirom matematičkih pojmova i postupaka. Obrazlaže odabir matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost dobivenog rezultata. Osobine izvoda i integrala kao i rezultate koji se dobiju primjenom tehnologije učenici će kritički vrednovati. Izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom.

Srednje obrazovanje

Matematičko-informatičko izorno područje

Srednje I.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10

A Skupovi, brojevi i operacije, B: Algebra

A.I.1

Analizira svojstva i odnose između osnovnih elemenata Booleove algebre u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja logičkih zadataka.

Koristi osnovne elemente Boole-ove algebre i zapisuje rečenice koristeći simbole.

Primjenjuje logiku iskaza za ispitivanje istinitosne vrijednosti iskaznih formula pomoću tablica istinitosti

Utvrđuje ekvivalentnost dva iskaza te uzročno-posljedične veze tvrdjenja

Koristi pravila zaključivanja za konstrukciju dokaza

MTP-2.3.1 MTP-2.3.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Osnovni pojmovi i definicije. Iskazi. Aksiom. Teorem. Dokaz. Potreban i dovoljan uvjet. Boole-ova algebra. Kvantifikatori.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Precizno se uvode pojmovi poput: osnovni pojmovi, izvedeni pojmovi, definicija, aksiom, teorem, dokaz, potreban i/ili dovoljan uvjet. Matematička logika se uvodi kao osnova matematičke teorije, jer se primjenjuje kroz cjelokupno školovanje. Učenici se upoznaju sa logikom iskaza i logičkim operacijama, njihovim semantičkim tablicama, kao i sa univerzalnim i egzistencijalnim kvantifikatorima i njihovim negacijama. Uočava se sličnost govornog jezika i rečenica u matematičkoj logici i transformiraju se iz jednog oblika u drugi. Razne izjavne rečenice iz svakodnevnog života se prevode na matematički jezik u vidu složenih ili prostih iskaza, te se njihova istinitost ispituje primjenom Boole-ove algebre i njene zakonitosti. Matematički način formulisanja definicije je zbog svoje jasnoće koristan u razvijanju analitičkih sposobnosti učenika.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. izrada računarskih programa: if-then petlja, while i sl., relacije baze podataka, vještačka inteligencija); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija verbalnih i simboličkih podataka jednih u druge; izjavna, složena sastavna, rastavna rečenica, uvjetne rečenice); Fizika (npr. električna kola, na realne i virtualne (simulacije) krugova istosmjerne i naizmjenične struje, način rada instrumenata za mjerenje jačine i napona istosmjerne i naizmjenične struje); Umjetnost, zabava i mediji (npr. razumijevanje procesuiranja signala i njegove primjene u muzičkoj produkciji i animaciji); Historija (npr. analiza slijeda nekih historijskih događaja); Hemija (npr. analiza slijeda nekih hemijskih reakcija); Biologija (npr. kao izborni sadržaj, na modeliranje živčane interakcije, Boole-ovi modeli genskih regulatornih mreža).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Radeći samostalno i u grupama/timovima, učenici razvijaju vještine upravljanja informacijama, matematičku komunikaciju putem matematičkog jezika i simbola, prilagođavanja novim situacijama, dijeljenja znanja, osjećaj odgovornosti za svoj rad kao i odgovornosti rada ostalih u grupi, te preuzimanja svoje uloge u grupi/timu. Razvijati kreativnost i inovativnost i podsticati upotrebu tehnologije, zatim suodgovornost za vlastito učenje i samoprocjenu, te spremnost za izražavanje vlastitih misli, ideja i emocija.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.1.1

Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja zadataka.

MTP-1.1.1 MTP-2.2.3
MTP-2.3.1

Prikazuje skupovne relacije pomoću logike iskaza

Tumači odnose i operacije između skupova primjenom Venn-ovih dijagrama

Dokazuje skupovne relacije uključujući DeMorgan-ove zakone i relacije ekvivalencije

Povezuje skupovne relacije sa društvenim i prirodnim pojavama i izvodi zaključke na osnovu matematičkog izraza

Primjenjuje osobine binarnih relacija

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup. Algebra skupova. Venn-ov dijagram. DeMoorgan-ovi zakoni. Descartes-ov proizvod skupova. Relacije. Binarne relacije. Relacija ekvivalencije i uređenja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Neki od pojmova koji se spominju kao npr. skup, biti element skupa-pripadati skupu, podskup, operacije sa skupovima učenicima su poznati već od ranije. Sada učenici te pojmove proširuju i nadopunjuju pojmovima komplementnog i univerzalnog skupa, ekvivalentnih i ekvipotentnih skupova. Prikazuju i dokazuju skupovne relacije uključujući DeMorgan-ove zakone i relacije ekvivalencije pomoću logike iskaza. Ukazati kako se ovi koncepti mogu primijeniti na druge discipline.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Geografija (npr. poređenje geografskih faktora i povezivanje sa drugim relevantnim faktorima), Hemija (npr. stehiometrijski zakoni), Fizika (npr. dinamika i statika, pritisak i mehanika fluida, elektromagnetizam, oscilacije, talasi i moderna fizika); Biologija (npr. upoređuje razlike i sličnosti žive i nežive prirode, razvrstava po kategorijama predstavnike žive prirode, objašnjava zakone naslijeđa i mehanizme izražavanje genotipa (mitotska i meiotiska dioba) itd.).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Povezujući matematičke koncepte sa svakodnevnim iskustvom podržavamo učenike da pravilno zaključuju u datoj situaciji, kao i da predviđaju moguća rješenja problema. Podstičući ih da rade samostalno i u grupama/timovima, učenici razvijaju vještine upravljanja informacijama, matematičku komunikaciju putem matematičkog jezika i simbola, prilagođavanja novim situacijama, dijeljenja znanja, osjećaj odgovornosti za svoj rad kao i odgovornosti rada ostalih u grupi, te preuzimanja svoje uloge u grupi/timu.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.1.1

Analizira svojstva i odnose brojeva, brojevnih sistema i binarnih relacija.

Primjenjuje svojstva skupova $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$

Pretvara brojeve napisane u dekadnom sistemu u brojeve brojevnog sistema proizvoljne baze i obratno

Primjenjuje pravila stepenovanja sa cjelobrojnim eksponentom

Primjenjuje Euklid-ov algoritam i njegov obrat

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja prilikom rješavanja problema

MTP-1.1.1 MTP-1.1.2
MTP-1.2.1

A.1.2

Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva verbalno, grafički, analitički.

Određuje definiciono područje i područje vrijednosti funkcije zadate tabelarno, formulom ili grafički

Obrazlaže injektivno, surjektivno i bijektivno preslikavanje uz grafičku ilustraciju

Određuje inverznu funkciju zadate tabelarno, formulom ili grafički

Određuje kompoziciju dvije ili tri funkcije

MTP-1.1.1 MTP-2.1.1
MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Stepene (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojevi izrazi; Naučni (eksponencijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja. Funkcije (preslikavanja). Inverzna funkcija. Kompozicija funkcija;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ponavljaju se i proširuju znanja o binarnim relacijama i funkcijama. Učenici sada razumiju da funkciju možemo zadati na različiti načine (verbalno, tabelarno, formulom/analitički i/ili rekursivno) i koriste formalnu notaciju i jezik simbola pri radu. Kod određivanja definicionog područja-omena i područja vrijednosti-kodomena funkcija, radi preciznosti, koristiti jednostavnije primjere, kako bi naglasili ekvivalentnost različitih prikaza funkcije.

Učenici već posjeduju znanja o skupovima $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$, zato ih je potrebno sistematizirati i produbiti, analizirajući i primjenjujući svojstva skupova $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$, kao npr. da je suma, razlika, proizvod i količnik, ukoliko je djelilac različit od nule, dva racionalna broja racionalan broj, dok isto ne vrijedi za iracionalne brojeve. Formiranje svakog novog skupa $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{R}$ uslovljeno je potrebom da skup bude zatvoren za promatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Proširiti prethodno razumijevanje pravila stepenovanja na stepene sa cjelobrojnim eksponentom. Primijeniti pravila stepenovanja za stepene s cjelobrojnim eksponentom sličnih baza (npr. 2 i $1/2$) za kreiranje izraza sa pozitivnim eksponentom. Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove primjene u prirodnim naukama. Prilikom pretvaranja brojeva iz jednog brojevnog sistema u drugi primijeniti opću formulu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. računarske simulacije veza među skupovima brojeva, računanje u različitim brojevnim sistemima,); Fizika (identifikuje i mjeri sile, te se koristi grafičkom metodom radi slaganja većeg broja sila istog pravca, objašnjava zavisnost rada o sili i putu na kojem ta sila djeluje (za situacije u kojima je sila konstantna),

prikazuje mjerne podatke pomoću tabela i grafikona, kvalitativno i kvantitativno ih interpretira, kreira i interpretira tabelarne i grafičke prikaze zavisnosti fizikalnih veličina, evaluira smislenost rezultata dobivenog rješavanjem problema.); Historija (npr. nastanak skupova brojeva, anegdote), Biologija (npr. objašnjava obilježja živog i neživog; uspoređuje razlike i sličnosti žive i nežive prirode, struktura i pretvaranje energije u organizmima; promjena tvari i pretvaranje energije u živoj prirodi), Hemija (npr. izračunava kvantitativne (mjerljive) odnose između reaktanata i produkata, te tvari na temelju jednačina hemijskih reakcija, koristi se tabelarnim i grafičkim prikazima, te objašnjava dobivene rezultate, upoređuje crteže, tabele i grafičke prikaze uočavajući specifičnosti prikazanih podataka)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Iako je naglašavanje razlike između skupova $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{I}$ irelevantno u primjenama matematike, to predstavlja dobru praksu za razvoj navika matematičkog zaključivanja. Na primjer, pretpostavljajući da li je zbir racionalnog i iracionalnog broja je racionalan ili iracionalan broj učenici kroz diskusiju mogu opravdati svoje zaključke ili opovrgnuti tvrdnje drugih. Na taj način razvijaju i vještinu jasnog i preciznog izražavanja i komuniciranja uz pomoć matematičkog jezika, kako bi ih i drugi mogli razumjeti kada iznose i brane svoje tvrdnje. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis i primjenom u pažljivo odbranim međupredmetnim korelacijama kod učenika se razvija svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama.

B Algebra

B.1.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

MTP-2.1.1

Izvodi operacije sa polinomima čiji su koeficijenti realni brojevi

Primjenjuje operacije sa polinomima za rješavanje problemskih situacija

Transformiše razlomljene algebarske izraze

Primjenjuje elementarne teoreme algebre (Bezu-ov stav, Horner-ova shema, teorem o identičnosti polinoma) na algebarske izraze

KLJUČNI SADRŽAJI

Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Teorema o identičnosti polinoma; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Bezu-ova teorema (stav). Horner-ova shema; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Uočiti analogiju u razvoju skupova brojeva i algebre, kao i postupka dijeljenja brojeva i dijeljenja polinoma. Posebno važna primjena dijeljenja polinoma je slučaj kada se polinom $p(x)$ dijeli linearnim faktorom $(x-a)$, za realan broj a . Pri određivanju ostatka pri dijeljenju uočiti vezu između klasičnog dijeljenja, Horner-ove sheme i Bezu-ovog stav. Podsticati učenike da uoče odnos između nula i faktora polinoma. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uočiti analogiju sa skupom racionalnih brojeva i uvijek određivati definiciono područje-domenu (čak i kad se radi o cijelom skupu realnih brojeva). Pri rješavanju primjenjivati geometrijske zadatke otvorenog tipa: npr. Nacrtajte pravougaonike čiji je obim $10x+4$ ili Nacrtajte pravougaonike čija je površina x^2+5x+6 učenici povezuju geometriju i rastavljaju cijeli algebarski izraz na faktore.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Geografija (npr. izrađuje i analizira grafičke prikaze dobivene korištenjem mjernih instrumenata, udaljenost Zemlje od Sunca, starost Zemlje), Hemija (npr. izračunava: maseni i volumni udio, broj jedinki, masu tvari, količinu tvari, rješava stehiometrijske zadatke sa konkretnim mjernim jedinicama povezujući sa teorijskim spoznajama o anorganskim i organskim tvarima); Fizika (npr. modelira fizikalni problem jezikom matematike, pretvara mjerne jedinice i računa traženu veličinu, masa elektrona); Biologija (npr. objašnjava zakone naslijeđa na nivou svojstva) Informatika (npr. raspravlja o upotrebi algoritama u rješavanju problema, stepeni i polinomi se javljaju pri računanju brzine algoritma, računarske simulacije transformacija algebarskih izraza).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvoj proceduralnih tehnika pomoću pažljivo odabranih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera, kao i ka kreativnim formulacijama problema. U tom cilju učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad uz stalno obrazlaganje postupaka, kako bi razvijali vještinu komunikacije i argumentovanja. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka uče se samoevaluaciji, istrajnosti, toleranciji, ali i izgradnji pozitivnog stava pri rješavanju problema. Pri tome razvijamo kritičko razmišljanje, kreativnost, kolaboraciju i komunikaciju.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

MTP-2.3.2 MTP-3.1.1

Primjenjuje odnose između elementarnih geometrijskih pojmova

Primjenjuje aksiome o pravoj i ravni za dokazivanje teorema i rješavanje problemskih zadataka

B.I.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima.

MTP-2.3.2 MTP-3.1.2
MTP-3.1.4

Primjenjuje teoreme o podudarnosti trouglova pri rješavanju problemskih zadataka

Kombinuje svojstva figura u ravni pri rješavanju problemskih zadataka

Rješava po etapama konstruktivne zadatke o trouglu i četverouglu uz upotrebu linijara i šestara

Primjenjuje svojstva tangentnog i tetivnog četverougla

KLJUČNI SADRŽAJI

Aksiome (pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti, paralelnosti); Poluprava, duž, mnogougona linija, poluravan, poluprostor; Ugao. Mjerenje uglova; Uglovi uz transversalu; Uglovi sa paralelim i okomitim kracima; Trougao; Mnogougao; Podudarnost; Kružnica i krug; Uglovi u kružnici; Značajne tačke, duži i prave trougla; Četverougao (romboid, paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid). Tangenti i tetivni četverougao; Geometrijske konstrukcije. Osnovni i složeni konstruktivni zadaci u trouglu, četverouglu.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Izvorni uzor izgradnje aksiomatske teorije je Euklidska geometrija, te je važno da učenici shvate potrebu za njenim uvođenjem. Cijela geometrija u ravni uvodi se polazeći od osnovnih nedefiniranih matematičkih pojmova (intuitivnog pojma tačke, prave, ravni), zatim definiranih/izvedenih pojmova (geometrijskih figura), te njihovih svojstava i odnosa. Pored konkretnih znanja učenicima je potrebno ponuditi što potpuniju predstavu o dedukciji. Posebnu pažnju treba posvetiti i konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu, kao univerzalni metod rješavanja problema. Svojstva tangentnog i tetivnog četverougla se javljaju u primjenama metoda triangularizacije za određivanje prostornih koordinata (GPS, navigacija i računarska grafika), a javljaju se i prilikom aproksimacije oblika radi animacije (umjetnost, zabava i mediji), naprimjer: potrebno je upisati četverougao date površine u krug i slično.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Geografija (npr. izrada kartografskih profila, modela geografskog prostora koristeći se IKT), Fizika (npr. razmatra uvjete za konstruktivnu i destruktivnu interferenciju mehaničkih talasa, primjena podudarnosti u zadacima), Biologija (npr. opisuje morfološka, anatomska, histološka i citološka obilježja mikroorganizama, gljiva, biljaka i životinja, određivanje starosti određenog drveta), Informatika (grafički prikaz i ispitivanje odnosa elemenata unutar, na, van i između geometrijskih figura upotrebom dinamičkog softvera npr. GeoGebra, kreiranje prezentacije povezujući tekst, sliku, zvuk, hipertekst, video, animacije i sl., osmišljavanje internetske stranice, prezentacije, video zapisa; Likovna kultura (npr. perspektiva)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja, D Podaci i vjerovatnoća

B.I.1

Analizira i prikazuje zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.

Izvodi algebarske i grafičke operacije s vektorima

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike linearnih funkcija sa i bez apsolutne vrijednosti

Opisuje osobine date funkcije iz njenog grafičkog prikaza

Primjenjuje proporcije, osobine funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama

Modelira problemske situacija iz svakodnevnog života linearnom funkcijom.

Primjenjuje trigonometrijske omjere za rješavanje problema u planimetriji

MTP-2.1.1 MTP-2.1.3
MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Prikaz vektora u ravni i u koordinatnom sistemu. Koordinate i dužina vektora. Jednodimenzionalne matrice. Sabiranje, oduzimanje i množenje skalarom jednodimenzionalnih matrica. Prikaz koordinata vektora kao jednodimenzionalne matrice. Analitičko i/ili grafičko sabiranje i oduzimanje vektora i množenje vektora skalarom. Linearna kombinacija vektora; Linearna zavisnost vektora; Razlaganje vektora; Razmjere (omjeri) i proporcije;

Linearna nehomogena funkcija $y=kx+n$ (grafik, znak i tok); Funkcija obrnute proporcionalnosti $y=k/x$, ($k \neq 0$) (grafik, znak i tok); Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglom trouglu ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$). Rješavanje pravouglog trougla.

Dodatni sadržaji: Proširiti primjenu trigonometrijskih omjera za rješavanje problema u planimetriji na kvadrat, pravougaonik, paralelogram, romb, trapez, deltoid.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Uvođenjem pravouglog koordinatnog sistema u ravni započinje analitička geometrija. Učenici su u toku školovanja već upoznali pojam vektora u ravni, kao i osnovne operacije sa vektorima (sabiranje, oduzimanje i množenje vektora skalarom) i njihove osobine. Sada to znanje proširujemo na vektore zadate koordinatama tačaka u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni, izračunavanjem dužine vektora i prikazom linearne kombinacije vektora. Primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora demonstrirati analitički i grafički. Uz pojmove razmjere (omjera), proporcije i proporcionalnosti promatraju se funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti i njihovi grafici, kao i njihove osobine. Pored toga promatramo i linearnu nehomogenu funkciju, što je početak analitičke geometrije prave i ujedno osnov za proučavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate. Povezati koeficijent smjera i prirast linearne funkcije, kao i različite prikaze linearne funkcije (analitički, tablični i grafički) i pri tome opisivati njihove osobine. Trigonometrijske funkcije u pravouglom trouglu uvode se kao omjer mjernih brojeva dužina stranica trougla. Naglasiti da vrijednost trigonometrijskih funkcija ugla u pravouglom trouglu ne zavisi od veličini trougla. Pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglom trouglu. Koristiti trigonometrijske omjere za rješavanje problema koji uključuju pravougao i Pitagorinu teoremu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, uspon ili nagib ulice); Informatika (npr. upotreba dinamičkog softvera npr. GeoGebra za crtanje vektora, funkcija i istraživanje i analiziranje osobina linearnih funkcija i istraživanje i analiziranje osobina trigonometrijskih funkcija pravouglog trougla); Hemija (npr. topljene leda, primjena procentnog računa); Geografija (npr. razmjera na geografskim kartama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenjem do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i "čitanje" grafika i osobina funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.1.1

Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.

Koristi različite metode pri rješavanju linearnih jednačina sa jednom nepoznatom sa i bez apsolutne vrijednosti

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom sa i bez apsolutne vrijednosti

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije i sa tri nepoznate

MTP-1.2.2 MTP-2.1.1
MTP-2.2.2

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih nejednačina sa jednom i sa dvije nepoznate

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina na problemske situacije

A.1.2

Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.

Analizira egzistenciju i broj rješenja jednačine, nejednačine i sistema jednačina i nejednačina

Zaključuje o rješenjima na osnovu grafičkog prikaza tokom rješavanja

Primjenjuje Cramer-ovu teoremu za diskusiju rješenja sistema linearnih jednačina od dvije i tri nepoznate

MTP-1.2.1 MTP-2.1.4
MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine sa jednom i sa dvije nepoznate; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Linearne Diofantove jednačine sa dvije nepoznate; Linearne jednačine i nejednačine sa parametrima; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate: Metod supstitucije, Metod komparacije, Gauss-ova metoda eliminacije promjenljivih/suprotnih koeficijenata, Metod determinanti, Grafička metoda, Metoda matrica; Sistemi od dvije linearne nejednačine sa jednom nepoznatom; Rješavanje sistema od dvije linearne nejednačine sa jednom ili dvije nepoznate; Rješavanje sistema od tri linearne jednačine sa tri nepoznate: Metod supstitucije, Gauss-ovom metodom eliminacije promjenljivih/suprotnih koeficijenata, Metod determinanti; Diskusija rješenja (Cramer-ova teorema);

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi linearnih jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet, kao i na upotrebu matematičkog jezika prilikom objašnjavanja postupka rješavanja. Postupke rješavanja treba ponoviti na jednostavnijim primjerima, a zatim uvesti i neke nove. Različite načine rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Rješavati linearne jednačine i nejednačine s jednom nepoznatom sa apsolutnom vrijednošću. Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima, kako postupci ne bi postali formalni. Diskutovati rješenja linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina sa najviše dva parametra.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (svi zakoni fizike i interakcije između, npr: čestica u fizici, opisane su u obliku jednačina. Jednačine se dobiju upravo formiranjem zapisa fizikalnih zakona korištenjem matematičkih simbola); Hemija (analogno kao za Fiziku – korelacija sa svim oblastima hemije u kojima se javljaju zakonitosti koje se zapisuju matematičkim simbolima i pretvaranjem matematičkih modela predstavljaju na jednostavniji (razumljiviji) način); Informatika (npr. prikaz i analiza rješenja uz pomoć dinamičkog softvera GeoGebre)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto. Samostalnim i timskim radom razvijati

metakognitivne kompetencije, kao i međusobno poštovanje, poštovanje privatnosti i prepoznavanje pouzdanosti i valjanosti prikupljenih informacija. Korištenjem npr. softverskog paketa Geogebra razvija se digitalna pismenost kao i IKT vještine.

Srednje II.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.II.1

Rješava geometrijske probleme koristeći izometrijska preslikavanja u ravni.

Razlikuje izometrijska preslikavanja: translaciju, rotaciju i simetriju

Koristi izometrijska preslikavanja u problemskim zadacima

MTP-2.1.1 MTP-2.3.2

MTP-3.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Izometrijska preslikavanja u ravni (translacija ravni, rotacija ravni, centralna simetrija, osna simetrija)

Dodatni sadržaj: Izometrijska preslikavanja u pravouglom dvodimenzionalnom koordinatnom sistemu (translacija ravni, rotacija ravni, centralna simetrija, osna simetrija), linearno preslikavanje/linearni operator.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Izometrijska preslikavanja u zadacima koristiti kako bi se uočile neke od osobina posmatranih figura (npr. osna simetričnost), te da se uz pomoć izometrijskih preslikavanja figure mogu dovoditi u razne položaje, a da pri tom osobine poput udaljenosti tačaka ostaju očuvane (invarijantnost). Identificirati niz transformacija koje će datu figuru preslikati u samu sebe ili podudarnu figuru.

Dodatni sadržaj: Datu figuru i njenu sliku predstaviti u pravouglom koordinatnom sistemu, opisati izometrijske transformacije i algebarski ih predstaviti upotrebom koordinata. Za one koji žele znati još više povezati geometrijska preslikavanja i matrice (linearno preslikavanje/linearni operator)

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. dizajnira pravilna geometrijska tijela zadate zapremine kao i plohe zadate površine); Informatika (npr. računarske simulacije izometrijskih preslikavanja u ravni, obrada digitalne fotografije); Hemija (npr. građu i svojstva metala i nemetala, procjena tipove izomerije organskih spojeva); Umjetnost (animacija, izrada umjetničkih predmeta i dizajna materijala korištenjem geometrijskih uzoraka, plesni koraci u baletu,...)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja. Učenik će biti osposobljen da geometrijske odnose i svojstva primijeni prilikom rješavanja problemskih situacija u fizici, geodeziji, umjetnosti i stvarnom životu.

C Geometrija i mjerenja

C.II.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata te koristi geometrijske transformacije i sličnost geometrijskih figura.

Primjenjuje Tales-ovu teoremu u rješavanju problemskih zadataka
Donosi zaključke koristeći homotetiju u geometrijskim problemima
Rješava geometrijske probleme primjenom homotetije i sličnosti
Zaključuje kroz primjere o invarijantnosti figura

MTP-3.1.1 MTP-3.1.4

C.II.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima i analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih oblika.

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka
Primjenjuje teoreme o sličnosti trouglova prilikom rješavanja problemskih zadataka
Upotrebljava sličnost za analizu svijeta oko sebe

MTP-3.1.2 MTP-3.1.4
MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Proporcionalnost duži. Tales-ova teorema; Homotetija kao preslikavanje; Sličnost; Sličnost trouglova i mnogouglova; Stavovi o sličnim trouglovima; Primjena sličnosti na pravougli trougao; Pitagorina teorema; Geometrijska proporcija, geometrijska sredina dviju duži, Osobine simetrala unutarnjeg i vanjskog ugla. Potencija tačke u odnosu na kružnicu. Konstruktivni zadaci-primjena sličnosti

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Tales-ovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž, ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa crteža pretpostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon tog i dokažu ili opovrgnu svoju tvrdnju.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Geografija (npr. primjena homotetije na izračunavanje udaljenosti na geografskoj karti); Historija (npr. život poznatih matematičara); Fizika (npr. snop svjetla); Informatika (npr. grafički prikaz zadataka pomoću dinamičkog softvera GeoGebra)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

U okviru ove tematske cjeline kod učenika se razvijaju vještine upoređivanja i procjenjivanja prema određenim kriterijima, otkrivanje zavisnosti između duži i uglova. Učenici analiziraju odnose između istorodnih geometrijskih figura, predmeta i pojava u svijetu koji ih okružuje, te izvode zaključke na osnovu utvrđenih osobina. Podsticati praktičnu primjenu sadržaja ove cjeline uz korištenje odgovarajućeg geometrijskog pribora i dostupnog matematičkog softvera. Pri tome učenici razvijaju i vlastite pozitivne osobine poput urednosti i preciznosti u radu, analiziranja problema i odgovarajućih crteža, te korištenja matematičke logike u zaključivanju. Radom u grupi učenici stiču odgovornost za svoj rad, razvijaju

komunikaciju kako bi se ostvario cilj grupnog rada, dijele znanje. Treba podržavati vršnjačko učenje, kolaborativno učenje, te podsticati refleksiju na svoj rad.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

MTP-1.1.1 MTP-1.2.1
MTP-2.1.1

Formira ekvivalentne izraze i izvodi operacije sa izrazima koje sadrže stepenima sa racionalnim eksponentom, korijene i logaritme

Primjenjuje operacije sa izrazima koje sadrže stepenima sa realnim eksponentom, korijene i logaritme

Transformiše izraze koje sadrže stepene sarealnim eksponentom, korijene i logaritme

KLJUČNI SADRŽAJI

Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepni sa racionalnim i realnim eksponentom. Pojam logaritma. Vrijednost logaritamskog izraza. Pravila logaritmiranja. Prirodni i dekadski logaritmi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja sa racionalnim eksponentom i korjenovanja. Istaknuti povezanost zapisa stepena sa racionalnim eksponentom i korijena. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Postepeno usložnjavati zadatke. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova.

Navesti i primijeniti pravila stepenovanja sa realnim eksponentom i logaritama. Izračunavati vrijednosti logaritamskih izraza i prelaziti iz logaritamskog u eksponencijalni oblik i obratno.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. računarska simulacija transformacije stepenog izraza); Fizika (npr. gravitaciona sila); Hemija (npr. primjena stepena korijena u zadacima, pH vrijednost); Historija (npr. Briggs-ove i Napier-ove logaritamske tablice)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Praćenjem različitih animacija osnovna svojstva operacija sa stepenima, korjenima i logaritmima postupno vode ka njihovoj pravilnoj primjeni u složenijim slučajevima, kao i primjeni u drugim predmetima. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost.

Kroz praktičnu primjenu u drugim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost između skupova brojeva $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni

MTP-1.1.1 MTP-1.1.2
MTP-2.1.2

A.II.2

Odabire i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema.

Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu $\mathbb{C}$

Kombinuje računske operacije sa kompleksnim brojevima

Povezuje skup kompleksnih brojeva sa skupom tačaka kompleksne ravni

MTP-1.2.1 MTP-2.1.2
MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano-kompleksni brojevi; Modul (apsolutna vrijednost) kompleksnog broja; Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za proširivanje skupa realnih brojeva skupom kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ (jednačina $x^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva formirati uz ponavljanje principa permanencije (skup kompleksnih brojeva se ne može urediti u odnosu na relaciju „biti veće“ ili „biti manje“). Usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku i stepene imaginarne jedinice. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računske operacije. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnih brojeva. Usvojiti vezu između tačaka u ravni i kompleksnih brojeva (kompleksna ili Gauss-ova ravan). Dati geometrijsku interpretaciju sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva u koordinatnoj ravni i modula kompleksnog broja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika/Umjetnost (npr. fraktalna geometrija); Fizika (npr. naizmjenična struja, interpretira značenje temeljnih kinematičkih veličina, analizira pojam oscilacije i talasa); Biologija (npr. krvotok, oblik krošnje stabla), Historija (npr. kompleksni brojevi kroz historiju);

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o određenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevni skupova. Traži odgovore na pitanja: *Šta ću naučiti?* i *Za šta mi to treba?* Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te probleme teorije brojeva. Razviti analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik

razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.II.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika i dijagrama.

Analizira svojstva kvadratnih, eksponencijalnih i logaritamskih funkcija

Primjenjuje kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije u problemskim zadacima

Prikazuje grafički kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju

Modelira problemske situacija iz svakodnevnog života kvadratnom, eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom

MTP-2.1.1 MTP-2.1.3
MTP-4.1.2

B.II.2

Obrađuje podatke iz različitih izvora te ih predstavlja u različitim formama.

Predstavlja podatke tabelom i grafikom u kontekstu izabranog problema

Povezuje podatke sa grafikom funkcije (kvadratnom, eksponencijalnom i logaritamskom)

Upoređuje grafike funkcija (linearna, kvadratna, eksponencijalna i logaritamska)

MTP-2.1.1 MTP-4.1.1
MTP-4.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratna funkcija (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Eksponencijalna funkcija (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote); Logaritamska funkcija (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote). Modeliranje problemske situacija iz svakodnevnog života kvadratnom, eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije. Koristiti grafik funkcije $y=ax^2$ i translacijom za vektor položaja tjemena parabole (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije u zavisnosti od vodećeg koeficijenta i diskriminante kvadratne funkcije. Usvojiti osobine eksponencijalne funkcije i znati ih pročitati sa datog grafika. Upoznati se sa primjenama eksponencijalnih funkcija (npr. slučaj korona virusa). Pri uvođenju pojma logaritamske funkcije, dati njenu poveznicu sa pojmom inverzne funkcije i njenim grafikom, radi uočavanja njenih osobina i veze sa grafikom eksponencijalne funkcije. Usvojiti osobine logaritamske funkcije. Također, potrebno je kod učenika razviti razumijevanje kako promjena parametara utječe na graf funkcije i njene osobine.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom pomoću različitih softvera, npr. GeoGebra); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, prag čujnosti, kosi hitac); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih desetorostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu. Učenik stiče sposobnost modelovanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja. Također će sticati vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupiti. Prigodnim animacijama učenik asocijativnim putem nove informacije pohranjuje u dugoročno pamćenje-mnemotehnike. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Prilagođava postupke za rješavanje jednačina i nejednačina.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena)

Kombinuje metode i tehnike rješavanja iracionalnih jednačina i nejednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina

MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
MTP-2.2.2

A.II.2

Diskutuje o rješenjima jednačina i nejednačina u kontekstu problema, te grafički prikazuje rješenja.

Diskutuje rješenja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja

Diskutuje rješenja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena) u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja iracionalnih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja eksponencijalnih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja logaritamskih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

MTP-1.2.1 MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine i nejednačine; Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Bikvadratne jednačine; Kubne jednačine; Jednačine višeg reda sa simetričnim koeficijentima; Iracionalne, eksponencijalne i logaritamske i nejednačine; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena; Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovladati tehnikom rješavanja kvadratnih jednačina do automatizma s ciljem da visokog stepen primjenljivosti kvadratnih jednačina bude podržan brzim i tačnim rješavanjem dobijene jednačine. Važno je da učenici shvate postupak rješavanja jednačina kao postupak zaključivanja, a ne samo kao ispraznu tehniku dolaženja do rješenja. U tom cilju potrebno je objasniti svaki korak rješavanja, polazeći od pretpostavke da polazna jednačina ima rješenja. Primijeniti različite tehnike rješavanja kvadratnih jednačina i međusobno ih povezati, s ciljem da učenici, u njihovoj primjeni, biraju metod koji najbolje odgovara datoj situaciji.

Demonstrirati kako diskriminanta utječe na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Rješavanje sistema jednačina sa dvije nepoznate interpretirati grafički (uz korištenje odgovarajućeg interaktivnog sadržaja). Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina; ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja. Posebno mjesto trebali bi zauzeti i zadaci iz praktične primjene logaritamskog računa.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka grafički pomoću softvera npr. GeoGebra); Fizika (npr. prigušene oscilacije, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sam proces rješavanja jednačina je proces zaključivanja, u kojem učenici imaju nadzor nad svakim korakom i pri tome obraćajući pažnju na detalje. Na taj način razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvoj samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Vizualizacijom problema učenik stiče vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija.

Srednje III.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 12

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u trigonometriji.

Povezuje trigonometrijske omjere u pravouglom trouglu s koordinatama tačke u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni

Analizira i primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija

Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije

Primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu u planimetriji, stereometriji i problemskim zadacima

MTP-2.1.1 MTP-2.2.1

MTP-3.2.1

B.III.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Crta grafike trigonometrijskih funkcija

Zaključuje o svojstvima i promjenama grafika složenih trigonometrijskih funkcija na temelju amplitude, perioda i početne faze

Primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje

Pretvara matematičke modele u nove - adicione i ostale trigonometrijske formule

Analizira funkcija inverzne trigonometrijskim funkcijama

Definira i crta polarne koordinate tačke

MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

B.III.3

Argumentuje postupke za rješavanje trigonometrijskih jednačina, nejednačina i sistema.

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina, nejednačina i sistema nejednačina

Diskutuje rješenja trigonometrijskih jednačina

Primjenjuje trigonometrijske jednačine i nejednačine na rješavanje problema

MTP-2.2.2 MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao; Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° ; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba kalkulatora ili tablica); Periodičnost trigonometrijskih funkcija; Trigonometrijske funkcije negativnog argumenta; Parne i neparne trigonometrijske funkcije; Svođenje na prvi kvadrant. Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$; Ispitivanje i grafičko predstavljanje trigonometrijskih funkcija: $y=a(\sin bx+c)+d$, $y=a(\cos bx+c)+d$; Osnovni trigonometrijski identiteti; Transformacije trigonometrijskih funkcija (adicione teoreme, trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i poluugla, transformacije proizvoda trigonometrijskih funkcija u zbir i razliku); Sinusna i kosinusna teorema; Trigonometrijske jednačine i nejednačine; Sistemi trigonometrijskih jednačina i nejednačina sa dvije nepoznate. Polarni koordinatni sistem.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Koristiti interaktivne digitalne sadržaje (npr. GeoGebra) za uočavanje svojstava i pravila, te analizu istih. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata tačaka u pravouglom koordinatnom sistemu (pojam uopćenog ugla) i trigonometrijskih funkcija, zatim usvoje vezu koordinata tačaka na trigonometrijskoj kružnici i trigonometrijskih funkcija, odnosno koordinata tačaka na tangens i kotangens osi i trigonometrijskih funkcija. Istaknuti mjeru ugla izraženu u radianima kao dužinu kružnog luka na trigonometrijskoj kružnici. Otkrivanje svojstava trigonometrijskih funkcija (znak, parnost/neparnost i periodičnost), te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija, predstavlja neophodne preduvjete za jednostavnije grafičko predstavljanje tih funkcija. Tokom grafičke obrade trigonometrijskih funkcija cjelovito objasniti fazni pomak i periodičnost, kao i ostale osobine. Funkcije $y=a(\sin bx+c)+d$ i $y=a(\cos bx+c)+d$ grafički prikazati pomoću određivanja amplitude, nula, periodičnosti i faznog pomaka, kao i vertikalne translacije. Uočavati veze među trigonometrijskim formulama putem njihovog izvođenja. Proširiti vještine rješavanja jednačina, nejednačina i sistema i na trigonometrijske jednačine, nejednačine i sisteme spoznavajući nove strategije. Naglasiti razliku između postupka rješavanja trigonometrijskih jednačina i dokazivanja trigonometrijskih identiteta. Pri dokazivanju da su dva trigonometrijska izraza identična dozvoljeno je izvoditi trigonometrijske transformacije samo sa jednim od njih. (valjanost dokaza). Voditi računa o definicionom području i o pripadnosti rješenja definicionom području. Povezati pravougli i polarni koordinatni sistem u ravni. Pokažite učenicima da različiti prikazi mogu imati različite svrhe i da se mogu koristiti u različitim situacijama.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija, programiranje videoigara, za mjerenje putanje objekta); Fizika (npr. kretanje niz kosinu sa i bez trenja, primjena sinusoide na bečki Reisenrad, zvuk, širenja talasa); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta, Eratostenov eksperiment)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Vizualiziranje nastavnih sadržaja pomaže učenicima da uspostave vezu između pojmova i prikaza, da istražuju, uočavaju osobine i odnose, donose zaključke, sintetiziraju i primjenjuju stečena znanja na rješavanje konkretnih problema iz matematike i realnog svijeta. Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe. Na temelju ranije usvojenih činjenica učenik predviđa rješenja i smješta ih u odgovarajući okvir. Razvija sposobnost da opravdava izabrani metod za rješavanje datog problema i uspoređuje svoje odgovore sa odgovorima svojih vršnjaka i na taj način usavršava svoje komunikacijske vještine.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže verbalno, analitički i grafički.

Predstavlja jednačinu prave u raznim oblicima

Predstavlja grafički krive drugog reda

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u ravni

Analizira međusobni odnos krivih II reda

Analizira međusobni odnos pravih i krivih II reda

Predstavlja krive II reda u polarnom koordinatnom sistemu

MTP-2.1.2 MTP-2.2.3

MTP-3.1.1

B.III.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u prostoru, te koristi simbole i različite prikaze

Upoređuje različitosti i sličnosti između figura u ravni i prostoru, kao i njihov međusobni odnos

Određuje parametarsku i vektorsku jednačinu prave u prostoru

Predstavlja jednačinu prave i ravni u prostoru u raznim oblicima

Povezuje znanja iz analitičke geometrije u ravni sa znanjima analitičke geometrije u prostoru

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u prostoru

MTP-2.1.2 MTP-3.1.2

MTP-3.1.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Koordinatni sistem u ravni; Rastojanje između dvije tačke; Koordinate središta duži; Koordinate težišta trougla; Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. Uvjet kolinearnosti tačaka; Jednačina prave u ravni; Ugao između dvije prave u ravni. Uvjet paralelnosti i normalnosti pravih; Presjek dvije prave; Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku; Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke; Jednačina prave u parametarskom obliku; Pramen pravih; Jednačina simetrale ugla između dvije date prave; Krive drugog reda (konike, konusni presjeci): kružnica, elipsa, hiperbola, parabola (jednačina, uvjet dodira prave i krive, jednačina tangente i normale krive u dodirnoj tački); Ugao presjeka između prave i krive drugog reda ili između dvije krive drugog reda; Zajednička tangenta dvije krive drugog reda. Projekcija odsječaka prave na koordinatne ose; Rastojanje između dvije tačke u prostoru; Kosinusi pravca prave; Koeficijent pravca prave; Međusobni položaj dvije prave u prostoru; Udaljenost tačke od prave; Jednačina ravni (razni oblici); Udaljenost tačke od ravni; Međusobni položaj dvije ravni; Ugao između dvije ravni; Geometrijsko tumačenje sistema od tri linearne jednačine s tri nepoznate; Međusobni položaj prave i ravni; Ugao između prave i ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pojmovi geometrijskog mjesta tačaka i njihovih jednačina zauzimaju centralno mjesto u cijeloj analitičkoj geometriji i zato je važno stalno naglašavati njihovu međusobnu povezanost. Učenici trebaju naučiti pridruživati svakom geometrijskom mjestu tačaka koje izučavaju karakteristični oblik jednačine, kao i naučiti zaključivati na osnovu tipskog oblika jednačine o prirodi i svojstvima geometrijskog mjesta tačaka koje ona predstavlja. Na primjer: Učenici prepoznaju, opisuju i crtaju pravu u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni na osnovu date jednačine i/ili izvodi jednačinu prave iz grafičkog prikaza ili zadanih parametara. Također, potrebno je da učenici razumiju kako se iskazi geometrijskih uvjeta mogu prevesti u odgovarajuću jednačinu, tj. da geometrijski problem prevedu na algebarski jezik, i činjenicu da to dvoje korespondira jedno drugom. Kada to učine učenici na raspolaganju imaju sva formalna pravila i metode algebre koje će im pomoći pri rješavanju datog problema. Na kraju je potrebno je da dobijene rezultate reinterpetiraju jezikom geometrijskih odnosa. Pored objašnjenje i stalnog naglašavanja dualnosti, sadržaje ove tematske cjeline potrebno je uvesti ilustriranjem pojmova i odnosa koji se uvode u njoj. Sistematizacijom dosadašnjih znanja, voditi učenike ka logičkom zaključivanju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara. Crtati što zornije i realnije slike, ali naglašavati da crtež ne može biti dokaz, već da nam služi kako bismo došli do odgovarajuće ideje kako riješiti neki problem. Analitička geometrija u prostoru ograničava se na izučavanje prave i ravni. Kao dodatni sadržaj mogu se obraditi krive površi (cilindarske površi, kao i standardne površi II reda) i njihove osobine. I u ovom slučaju važno je isticati dualnost.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Fizika (npr. procjena da ne dođe do sudaranja planeta, sočiva); Geografija (npr. vrtlarska „konstrukcija“ elipse); Informatika Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. procjena da ne dođe do sudaranja planeta, sočiva); Geografija (npr. vrtlarska „konstrukcija“ elipse, tumači geografske elemente i sadržaj na karti, 3D oblikovanjem reljefa i globalnim pozicijskim sistemom); Informatika (npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih 2. reda na osnovu datih uvjeta, računarska grafika, animacije); Inženjering (npr. u izgradnji i proizvodnji (ispitivanje statičkih svojstva konstrukcije, računanje uglova među pravim / krivim i slično)); Biologija (npr. opisuje dijelove ćelija i njihove ultrastrukture); Hemija (npr. za opis strukture tvari: kristalne rešetke i slično). npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih 2. reda na osnovu datih uslova)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost logičkog i prostornog razmišljanja i predstavljanja datog problema na različite načine. Vizualizacijom uz pomoć različitih softvera (Geogebra, Auto Cad, ...) analizira i izvodi zaključke, te generalizuje. Kombinuje metode i različitim pristupima dolazi do rješenja, te tako razvija kreativnost.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira teoreme, odnose, zavisnosti, povezanosti i funkcije u matematici i stvarnom svijetu.

MTP-2.1.2 MTP-3.1.1
MTP-3.1.2

Određuje položaj i udaljenost tačaka u pravouglom koordinatnom sistemu u prostoru

Izvodi algebarske i/ili grafičke operacije s vektorima u prostoru

Primjenjuje skalarni, vektorski i mješoviti proizvod

Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima i dokazuje tvrdnje u analitičkoj geometriji

KLJUČNI SADRŽAJI

Pravougli koordinatni sistem u prostoru. Rastojanje tačaka u prostoru; Prikaz vektora u ravni i u 3D-koordinatnom sistemu. Koordinate i dužina vektora. Prikaz koordinata vektora kao jednodimenzionalne matrice. Analitičko i/ili grafičko sabiranje i oduzimanje vektora i množenje vektora skalarom. Vektorski prostor; Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora; Baza vektorskog prostora; Koordinatni vektori i, j, k . Razlaganje vektora na komponente; Projekcija vektora na pravu, ravan i osu; Skalarni proizvod dva vektora; Vektorski proizvod dva vektora; Mješoviti proizvod tri vektora; Uvjet linearne zavisnosti tri vektora.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Preporuka je koristiti Frayer-ov model ili neki drugi način kako bi provjerili koliko učenici znaju o vektorima u ravni. Zatim dosadašnja znanja o vektorima u ravni proširiti na vektore u prostoru. Primjenom dinamičkog softvera (npr. GeoGebra) omogućiti učenici što jasniji grafički prikaz vektora u prostoru, ali i mogućnost otkrivanje svojstava i pravila, provjeru tačnosti rješenja i/ili osmišljavanje vlastitih zadataka. Fokus ne treba biti na složenim zadacima već na razvoju percepcije prostora. Nakon sistematizacije znanja o vektorima, proširiti ih uvođenjem linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora, baze vektorskog prostora, skalarnog, vektorskog i mješovitog proizvoda vektora i sl. Osobine vektora vježbati kroz njihovu primjenu u različitim zadacima. Ukazati na razliku između slobodnog i vezanog vektora. Skalarni, vektorski i mješoviti proizvod učenik primjenjuje u rješavanju problema iz svakodnevnog života kao što su površina i zapremina koji se smatraju važnim geometrijskim pojmovima.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. razlaganje sile, pomak, brzina), Informatika (npr. računarska simulacija projekcije vektora na ravan); Tjelesni i zdravstveni odgoj (npr. primjena težišta u plesu)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Osposobljavati učenika za apstraktno i prostorno mišljenje, te efikasno povezivanje matematičkih znanja, ideja i rezultata koristeći raznovrsne prikaze. Usmjeravati učenika da artikuliše svoja razmišljanja i sagledava probleme iz različitih perspektiva i upoređuje različite metode rješavanja. Poticati učenike da vizualizacijom uz pomoć različitih softvera analiziraju, izvode zaključke i generalizuju.

B Algebra

B.III.1

Prikazuje matematičke strukture različitim zapisima.

Povezuje koeficijente sistema linearnih jednačina sa više nepoznatih u novi model - matrice

Kombinuje tehnike rada sa matricama i determinantama

Rješava matrične jednačine

MTP-2.1.2 MTP-2.1.3
MTP-2.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Matrice (vektor matrice, realne i kompleksne, nula matrice, konstantna i promjenljiva, simetrična i kososimetrična, dijagonalna, skalarna i jedinična, trougaona i Jakobijeva, adjungovana, inverzna); Jednakost matrica; Operacije s matricama (sabiranje i oduzimanje, množenje skalarom, proizvod dvije matrice, potencija kvadratne matrice); Determinate 3-eg reda; Laplace-ov razvoj; Cramerovo pravilo; Matrične jednačine.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Matrica učenicima nije nov pojam, jer smo ga već uveli kao prikaz koordinata vektora-jednodimenzionalna matrica i prilikom rješavanja sistema jednačina sa dvije nepoznate-matrica 2×2 . Sada će učenici upoznati vrste matrica i računati s njima. Također, trebaju uočiti razlike između vrsta matrica, i matrica i determinanti. Učenicima demonstrirati primjenu matrica i determinanti na rješavanje sistema linearnih jednačina i to do trećeg stepena. Interesantan primjer primjene matrica je primjer kodiranja i dekodiranja šifri u kriptografiji. Za matrice u kontekstu analize društvenih mreža možemo reći da su oni drugi način za opisivanje društvenih mreža.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. Slater-ove determinante); Informatika (npr. algoritam za rješavanje sistema linearnih jednačina, teorija grafova, u obradi slike); Hemija (npr. reakcija fotosinteze); Ekonomiji (npr. rekord prodaje, u svakodnevnoj kupovini)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Generička kompetencija kao što je sposobnost primjene znanja u praksi dolazi do izražaja zbog matrica u elektromagnetizmu, kvantnoj mehanici, teoriji vjerovatnoće, statistici, ekonomiji, kompjuterskom programiranju. Razviti istrajnost u kontekstu iznalaženja rješenja problema.

Radom sa matricama i determinantama trećeg reda razvija se upornost i preciznost u radu, učenje iz grešaka i timski rad. Stiče se samopouzdanje kroz primjenu ranije stečenih znanja, te se razvija kreativnost i inovativnost.

C Geometrija i mjerenja

C.III.1

Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Analizira suštinu problema na osnovu ravanskih i prostornih figura

Formuliše problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura

Osmišlja i formuliše problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura

MTP-3.1.3 MTP-3.2.1

C.III.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima, analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih oblika i figura (likova i tijela).

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka

Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka

Kombinuje trigonometriju i stereometriju za rješavanje problemskih zadataka

Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života

MTP-3.1.2 MTP-3.1.3
MTP-3.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama i mnogougla; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Diedar, rogalj, poliedar; Rogljasta tijela (piramida, prizma, krnja piramida); Površine i zapremine uspravnih tijela; Kavalierijev princip; Rotaciona tijela (valjak, kupa, krnja kupa, lopta); Površine i zapremine uspravnih tijela, lopte i njenih dijelova.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje tzv. mapa uma. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Demonstrirati Cavalieri-jev princip. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. Arhimedov zakon); Geografija (npr. zapremina planeta); Informatika (npr. video prezentacije nastanka krnjih tijela i dijelova lopte); Biologija (npr. Cavalieri-jev princip i zapremina pluća)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima). Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizuelizaciju i analizu. Istraživanje geometrijskih tijela u prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

Srednje IV

Godine učenja i podučavanja predmeta: 13.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

.IV.1

Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz (princip matematičke indukcije).

MTP-1.2.1 MTP-2.3.1

MTP-2.3.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Dokazuje matematičkom indukcijom tvrdnje koje se odnose na prirodne brojeve (dokazi jednakosti, identiteta, nejednakosti, tvrdnje o djeljivosti)

Povezuje po analogiji matematičke činjenice

Prosuduje dobijene zaključke vezane za princip potpune matematičke indukcije

Matematička indukcija. Primjena principa matematičke indukcije na jednakosti, identitete, nejednakosti i na djeljivost polinoma;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Princip matematičke indukcije treba istaći i protumačiti kao jedno od svojstava skupa prirodnih brojeva, te na nekoliko primjera ilustrirati kako se on koristi za dokazivanje tvrdnji koje se odnose na sve prirodne brojeve. Učenik treba prepoznati primjere u kojima se ta metoda može uspješno primjenjivati (dokazi identiteta, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu prirodnih brojeva ili u nekom njegovom podskupu). Napomenuti da iako je matematika je deduktivna nauka, induktivnim putem možemo naslutiti neku od matematičkih istina, koju zatim strogo dokazujemo deduktivnom metodom. No, princip matematičke indukcije je dio deduktivne teorije.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. dokazivanje nekih formula);

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika se razvija matematička logika, zaključivanje po analogiji, apstrakcija, generalizovanje, dosljedno poštovanje definicija i pravila. Učenik koristi induktivni načina zaključivanja i uočava njegove nedostatke kao i važnost dokaza na temelju argumenata, uključujući etape provjere. Učenik povezuje teoriju i praksu, istražuje mogućnosti primjene datog postupka na različite probleme.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

.IV.1

Primjenjuje elemente kombinatorike za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa u realnom svijetu.

MTP-1.2.2 MTP-2.1.3

MTP-4.2.2

Dokazuje binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata binomnog obrazca

Analizira svojstva binomnih koeficijenata

Rješava probleme koristeći binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata

Rješava probleme koristeći multinomni teorem i osobine multinomnih koeficijenata

.IV.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u matematici primjenom, te rješava odgovarajuće probleme.

MTP-2.1.1 MTP-2.3.2

MTP-4.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Princip uzastopnog prebrojavanja (Descartes-ov proizvod skupova); Permutacije; Varijacije; Kombinacije. Binomni obrazac. Svojstva binomnih koeficijenata. Multinomni teorem. Princip inkluzije-ekskluzije.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Kombinatorne zadatke kada je god moguće vezivati za konkretne životne situacije. Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa i bez ponavljanja sa realnim primjerima, te smišljati primjere u kojima se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja. Povezati ovu tematsku cjelinu sa primjerima iz drugih nauka (informatika, genetike, fizike, geografije...).

Kod binomnog obrasca uvodi se prvi put oznaka za sumu, te tome posvetiti pažnju kako bi učenici razumjeli u potpunosti kratki zapis formule. Demonstrirati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Nakon uvedenog pravila o izračunavanju binomnih koeficijenata, demonstrirati učenicima nastanak Pascal-ovog trougla, te način na koji ga koristimo. Multinomialni teorem je generalizacija binomnog teorema.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika(npr. pravljenje šifri, lozinki, demonstracija Pascal-ovog trougla); Fizika (npr. komunikacijske mreže); Hemija (npr. generisanje kombinacija baza i hemijskih spojeva); Biologija (npr. izračunavanje određenih pojava, inteligentna analiza ljudskog lica); Psihologija (npr. kombinatorni problemi);

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sposobnost donošenja odluke na koji način riješiti zadani problem u vidu matematičkog zadatka je izražena u ovoj tematskoj cjelini. Uvažavanjem različitih načina rješenja zadataka, na osnovu poznatih jednostavnijih primjera kod učenika se razvija kreativnost. Učenici razvijaju sposobnost postavljanja pitanja, traganja za odgovorima, važnosti provjeravanja u praksi i samostalnog zaključivanja. Učenik stiče sposobnost utvrđivanja karakteristika posmatranih pojava i stvari, istraživanja i otkrivanja nepoznatog, te korištenja znanja i iskustva u novim okolnostima.

D Podaci i vjerovatnoća

D.IV.1

Formuliše problem i prikuplja podatke.

Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama

Klasifikuje podatke

Povezuje podatke

MTP-4.1.1

D.IV.2 Obrađuje podatke iz različitih izvora i predstavlja ih u različitim formama.	Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema Primjenjuje statističke metode u problemskim situacijama kada je to moguće
MTP-4.1.1	
D.IV.3 Interpretira i diskutuje dobijene podatke i rezultate istraživanja.	Upoređuje podatke prikazane na različite načine Odabire uzorak populacije za odgovor na pitanje Analizira rezultate istraživanja
MTP-4.1.2	
D.IV.4 Koristi statističke analize i elemente kombinatorike s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.	Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće Procjenjuje ishod povećanja broja ponavljanja eksperimenta Povezuje termine vjerovatnoće i kombinatorike Argumentuje moguće ishode u okviru datog problema
MTP-4.2.1	
KLJUČNI SADRŽAJI	

Događaji. Operacije s događajima (unija, presjek, razlika, komplement); Vjerovatnoća (klasična, uslovna, totalna); Disperzija; Elementi matematičke statistike (populacija, statistički skup), Karakteristike statističkog skupa (pokazatelji disperzije, srednje apsolutno odstupanje, varijansa i standardna devijacija); Obrada i analiza podataka i rezultata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

U uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju ili učenika koji koriste facebook, instagram, youtube ili neki drugi vid pregleda i/ili objave sadržaja), a zatim nakon razvrstavanja, obrade, analize, prikazati podatke u odgovarajućem obliku. Također, podaci kojima će se ilustrovati elementi statistike mogu se uzeti iz modela koji se pojavljuju u lingvistici, sociologiji, psihologiji ili nekom od provedenih eksperimenata u prirodnim naukama. Posebnu pažnju obratiti na pravilno tumačenje podataka datih u nekom obliku, kao i proces zaključivanja. Podsticati učenike da na osnovu analize podataka, postave statističko pitanje u obliku pretpostavke (hipoteze) i da upoređuju dobivene rezultate. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoću kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće. Po mogućnosti izračunati vjerovatnoću događaja da učesnik u nekoj od igara na sreću ostvari siguran dobitak.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika (npr. proučavanje raznih pojava unutar eksperimenata); Biologija (npr. analiza podataka, primjena u genetici)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu vjerovatnoće u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Korištenjem interaktivne geogebre stvaraju se uslovi za kontinuiran razvoj digitalne pismenosti. Saradničkim radom u timovima ostvaruju se principi uvažavanja različitih mišljenja i ideja, umijeće planiranja i donošenje odluka. Učenik podstiče svoju odgovornost za vlastiti uspjeh i napredovanje, opravdava ideje za pronalazenje rješenja. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u vjerovatnoći i statistici jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupaju. Učenici su osvješteni da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, C Geometrija i mjerenja

.IV.1

Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći trigonometrijski oblik kompleksnog broja

Predstavlja kompleksne brojeve analitički i geometrijski u kompleksnoj ravni i u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje Moavrovu formulu

MTP-1.1.2 MTP-2.1.3
MTP-3.2.1

.IV.2

Kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.

Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva prikazanih u trigonometrijskom obliku

Kombinuje računske operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje grafičku interpretaciju kompleksnih brojeva i Eulerovu formulu

MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
MTP-2.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja; Računske operacije sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku (množenje, dijeljenje, stepenovanje, korjenovanje); Eulerov oblik kompleksnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Zapisivati kompleksan broj prvo u algebarskom, a zatim u trigonometrijskom obliku. Uočiti prednosti i nedostatke i jednog i drugog zapisa. Množenje, dijeljenje, stepenovanje i korijenovanje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku izvodi se po jednostavnim pravilima, dobijenih iz adicijinih teorema uz primjenu principa potpune matematičke indukcije. Postupke prikazivanja kompleksnih brojeva, te računskih operacija pratiti odgovarajućim crtežima u Gauss-ovoj ravni. Koristiti i Moivre-ovu formulu. Predstavljanje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku učenicima pomaže u boljem razumijevanju sistema polarnih koordinata, što je važno u računarskoj grafici i animaciji zasnovanoj na algebarskom / analitičkom opisu pokreta. Razumijevanje polarnog koordinatnog sistema, također, pomaže u razumijevanju širenja talasa koje je, također, povezano sa muzičkom produkcijom.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. elektronika, elektromagnetizam, oscilacije, talasi i moderna fizika); Informatika (npr. računarska simulacija kompleksnog broja, računarska grafika i animacija zasnovana na algebarskom / analitičkom opisu pokreta); Hemija (npr: kod prikazivanja molekula u vidu šestougla; šestouglu odgovara šest 6- tih korijena jedinice u skupu kompleksnih brojeva)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Upotrebom različitih metoda i tehnologija (animacije i ilustracije skupa kompleksnih brojeva) razvija se sposobnost i spremnost korištenja matematičkih oblika mišljenja. Diskusijom pri rješavanju problema razvija se verbalizacija, argumentovanje i logičko zaključivanje. Korištenjem raznih web alata učenik vizuelizira dati problem, predstavlja ga na različite načine i uključuje se u autentične oblike učenja. Upotrebom tehnologije učenici mogu povezivati kompleksne brojeve i fraktale, s ciljem podsticanja kreativnosti i inovativnosti.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu kroz nizove i redove realnih brojeva.

Tumači odnose između članova nizova aritmetičkog i geometrijskog niza

Primjenjuje znanja o aritmetičkim i geometrijskim nizovima u rješavanju problemskih zadataka

Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka

Uspostavlja analogije između matematičkih činjenica

MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Podskupovi skupa. Donja i gornja granica skupa. Supremum i infimum skupa. Aksiom potpunosti skupa. Tačka nagomilavanja; Brojevni niz; Aritmetički niz. Geometrijski niz; Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza; Granična vrijednost niza. Računanje s graničnim vrijednostima niza; Konvergencija monotonih nizova; Broj e ; Redovi. Beskonačan red; Geometrijski red; Kamatni račun; Neprebrojivost skupa.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pojam niza uvesti preko primjera nizova iz svakodnevnog života, s posebnim osvrtom na aritmetičke i geometrijske nizove. Na primjer: Razumijevanje ponašanja aritmetičkog i geometrijskog niza nužno za razumijevanje procesa ukamaćivanja, kao i pojmova sadašnje i buduće vrijednosti novca. Navoditi primjere konvergentnih i nekonvergentnih nizova. Geometrijski ilustrovati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima. Kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje limesa niza ukazujući na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog (po volji velikog) intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. niz sa opštim članom $1/n$). Ukazati na razlike između pojmova niza i reda. Ukazati na mogućnost primjene nizova i redova, s posebnim naglaskom na primjenu beskonačnog geometrijskog reda (veza između decimalnih brojeva i razlomaka kao i primjena u geometriji).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. primjena prirodnog logaritma,– fizikalna svojstva, npr. kristala, mogu se posmatrati korištenjem svojstva geometrijskog niza.); Biologija (npr. rast / opadanje populacije biljaka ili životinja se može opisati pomoću geometrijskog niza, u genetici, pri opisivanju stabla pomoću grafa (kada svaki naredni red povećava broj grana dva puta), zakoni naslijeđa i mehanizmi izražavanja genotipa); Geografija (npr. prirodni priraštajmetod triangularizacije koja se bazira na primjeni geometrije i geometrijskog niza pri određivanju položaja); Informatika (npr. grafički prikaz konvergentnog i divergentnog niza, procjenu vremena potrebnog za izvršenje programa)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici se osposobljavaju da modeliraju situacije iz stvarnog života. Kroz programe dinamičke geometrije sintetiziraju znanja iz različitih matematičkih oblasti. Pristup temeljen na otkrivanju i istraživanju poboljšava matematičko razumijevanje učenika što rezultira matematičkim znanjima koja postaju funkcionalna u različitim kontekstima. Podsticati razvoj matematičke i naučne znatiželje i kreativnosti i ueničkog potencijala za kritičko razmišljanje i analizu.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u okviru realnih funkcija i generalizuje ih.

MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
MTP-4.1.2

Ispituje svojstva realne funkcije jedne realne promjenljive

Koristi grafički prikaz funkcije za analizu njenih osobina

Crta grafik funkcije na osnovu ispitanih svojstava funkcije

KLJUČNI SADRŽAJI

Realne funkcije jedne realne promjenljive (pojam, oblast definisanosti-domen, vrijednost, grafik, kompozicija, opće osobine: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost); Pregled elementarnih funkcija; Granična vrijednost funkcije (limes); Dokaz i primjena graničnih vrijednosti; Računanje limesa; Nепrekidnost funkcije; Osobine nепrekidnih funkcija; Asimptote.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Precizno definisati pojam funkcije. Upoznati detaljnije elementarne funkcije (svojstva i grafik). Graničnu vrijednost funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Na jednostavnom primjeru demonstrirati računanje po definiciji granične vrijednosti funkcije i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcija i asimptota. Povezivati graf funkcije i njena svojstva, te tumačiti značenja tih svojstava.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. zavisnost gustoće čiste tvari o temperaturi); Hemija (npr. molarni toplinski kapacitet dvoatomskog idealnog plina konstantne zapremine); Sociologija (npr. procjena graničnog ponašanja); Informatika (npr. prikaz podataka pomoću softvera npr. GeoGebra)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Na osnovu stečenog znanja treba da tragaju za rješenjima, opisuju karakteristike posmatranih funkcija. Dobijene rezultate učenici treba kritički da vrednuju i formulišu zaključke uz korištenje alata dinamičke geometrije. Pomoću funkcija učenici će modelirati probleme iz matematike, fizike i stvarnog života. Učenici uče otkrivanjem koje se odvija radom u grupama ili u paru. Dijalog i diskusija učenika podstiče društvenost i doprinosi razvoju razumijevanja. Učenici izražavaju svoja mišljenja, hipoteze i zaključke kroz slobodan saradnički proces, što doprinosi podizanju njihovog samopouzdanja.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.IV.1

Primjenjuje matematički model derivacije i operaciju deriviranja.

Povezuje geometrijsko i fizikalno značenje izvoda

Primjenjuje metode deriviranja i diferenciranja

Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje toka i crtanje grafika funkcija

MTP-1.2.1 MTP-2.1.2
MTP-2.1.3

A.IV.2

Primjenjuje matematički model integrala i operaciju integriranja.

Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja

Primjenjuje metode integriranja

Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu

Kombinuje diferencijalni i integralni račun u rješavanju problema

Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine

MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
MTP-2.1.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Izvodi (derivacije); Tangenta i normala na grafik funkcije; Pravila deriviranja; Izvod zbira, razlike, proizvoda i količnika; Derivacije nekih posebnih funkcija (trigonometrijskih, logaritamskih, eksponencijalnih, složenih, inverznih, implicitnih); Derivacije višeg reda; Ispitivanje toka i crtanje grafika funkcije; Primitivna funkcija i neodređeni integral; Tablični integrali; Osobine neodređenog integrala; Zamjena promjenljivih u neodređenom integralu; Integracija racionalnih funkcija; Parcijalna integracija; Određeni integral; Osobine određenog integrala; Newton-Leibnizova formula; Primjena određenog integrala u izračunavanju površine krivolinijskog trapeza i dužine luka, te površine rotacionih površi i zapremine rotacionih tijela.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Upoznati pojam izvoda i njegovu geometrijsku i mehaničku interpretaciju, računati izvode i primjenjivati ih u ispitivanju funkcije. Bar jedan tablični izvod izračunati po definiciji. Dokazati bar jedno od pravila za zbir, razliku, proizvod ili količnik izvoda, a ostala demonstrirati kroz primjere. Upoznati pojam neodređenog integrala kao antiderivaciju. Pojam određenog integrala uvesti uz odgovarajuću geometrijsku interpretaciju integralnih suma. Uraditi primjere za izračunavanje obima i površine kruga, te površine i zapremine lopte, te ih uporediti sa već naučenim formulama. Uraditi primjer i za površinu dijela ravni omeđenog sinusoidom na intervalu $[0, 2\pi]$, a zatim izračunati te izvesti zaključak zašto se rezultati razlikuju. Primjenu određenog integrala ograničiti na jednostavnije primjere.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. brzina, rad sile, kinetička energija, pritisak tečnosti, put pri mjerenju brzine); Biologija (npr. brzina rasta populacije u nekom trenutku); Hemija (npr. hemijske reakcije, hemijska kinetika)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija. Planira rješavanje problema odabirom matematičkih pojmova i postupaka. Obrazlaže odabir matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost dobivenog rezultata. Osobine izvoda i integrala kao i rezultate koji se dobiju primjenom tehnologije učenici će kritički vrednovati. Izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom.

Srednje obrazovanje

Tehničke škole

Srednje I

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10.

A Skupovi, brojevi i operacije, B: Algebra

A.I.1

Analizira svojstva i odnose između osnovnih elemenata Booleove algebre u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja logičkih zadataka.

Koristi osnovne elemente Booleove algebre
Zapisuje definicije i teoreme koristeći simbole matematičke logike
Primjenjuje logiku iskaza za ispitivanje istinitosne vrijednosti formula
Primjenjuje i grafički predstavlja osnovne skupovne operacije
Prikazuje skupovne relacije pomoću logike iskaza

MTP-1.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Osnovni pojmovi i definicije. Iskazi. Aksiome. Teoreme. Dokazi. Potreban i dovoljan uslov; Boolova algebra; Skupovne operacije (unija, presjek, podskup, razlika skupova, komplement, partitivni skup)

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Neki od pojmova koji se spominju su učenicima već poznati od ranije. Međutim ti pojmovi nisu uvedeni na strogo matematički način, kao što se to radi u ovom razredu. Precizno se uvode pojmovi poput: osnovni pojmovi, izvedeni pojmovi, definicije, aksiome, teoreme, dokazi, potrebni i dovoljni uslovi. Matematička logika se uvodi kao osnova matematičke teorije. Učenici se prvi put sreću sa logikom iskaza i logičkim operacijama. Matematička strogost, tačnost, preciznost sada dolaze najviše do izražaja. Razne izjavne rečenice iz svakodnevnog života se prevode na matematički jezik u vidu složenih ili prostih iskaza, te se njihova istinitost ispituje koristeći Boolovu algebru i njene zakonitosti. Kroz primjere povezati matematičku logiku i skupove. Učenici skupovne relacije također predstavljaju pomoću logike iskaza.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. binarni sistemi); Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (npr. transformacija verbalnih i simboličkih podataka jednih u druge); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. električna logička kola); Tehnički predmeti (definicije pojmova-genus i specius).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ponavljjanje osnovnih činjenica o skupovima i skupovnim relacijama putem raznih kvizova doprinijet će dinamičnom radu među učenicima. Radeći samostalno i u grupama, učenici razvijaju vještine upravljanja informacijama, prilagođavanja novim situacijama, dijeljenja znanja, osjećaj odgovornosti za svoj rad kao i odgovornosti rada ostalih u grupi, te preuzimanja svoje uloge u grupi/timu. Razvijati kreativnost i inovativnost i podsticati upotrebu tehnologije, zatim suodgovornost za vlastito učenje i samoprocjenu, te spremnost za izražavanje vlastitih misli, ideja i emocija.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.1.1

Analizira svojstva i odnose brojeva, brojevnih sistema i binarnih relacija.

Upoređuje skupove $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$ i njihovu međusobnupovezanost

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja prilikom rješavanja problema

Koristi svojstva binarnih relacija

MTP-1.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja. Binarne relacije.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ponavljaju se i proširuju znanja o binarnim relacijama. Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Bosanski jezik (Morfologija i vrste riječi), Informatika (Funkcije u EXCEL-u), Privredna matematika (privredni računi), Knjigovodstvo (knjiženje poslovnih promjena po vrijednosti), Fizika i srodni stručni predmeti (smjer i intenzitet vektorskih veličina), Hemija (npr. primjena u proračunima); Tehnički predmeti (predmjeri i proračuni radova na izradi objekta, toplotna provodljivost), Nauka o prehrani (izračunavanje energetske vrijednost namirnica)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvoj usmene i pisane komunikacije bi došao do izražaja povezivanjem algebarskog zapisa apsolutne vrijednosti broja sa udaljenošću na brojevnoj pravoj. Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje-prirodi, svemiru, ljudskom biću, da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima. Kod učenika razvijati sposobnost diskusije, iznošenja stava na temelju argumenta.

B Algebra

B.1.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom

Transformiše cijele brojeve izraze

Transformiše cijele i razlomljene algebarske izraz

Primjenjuje elementarne teoreme algebre (Bezuov stav, Hornerova šema, teorema o identičnosti polinoma) na algebarske izraze

MTP-1.1.1 MTP-1.1.2

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojni izrazi; Naučni (eksponencijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Teorema o identičnosti polinoma; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Bezuova teorema (stav). Hornerova shema; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Uočiti analogiju u postupcima dijeljenja brojeva i dijeljenja polinoma. Nakon toga, pri određivanju ostatka pri dijeljenju uočiti vezu između klasičnog dijeljenja, Hornerove sheme i Bezuovog stava. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizirati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$). Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove primjene u fizici i hemiji.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. mase elementarnih čestica, neke fizikalne konstante, naučni zapis, predstavljanje velikih i malih veličina, prefiksi mjernih jedinica); Informatika (npr. kompjuterske simulacije transformacija algebarskih izraza, pretvaranje brojeva iz jednog u drugi brojevni sistem); Hemija (npr. primjena u proračunima, zakon idealnog gasa, izo procesi)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Pravila i osobine računanja pomoću interaktivnih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvije svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktORIZACIJU polinoma. Učenici povezuju faktORIZACIJU sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktORIZACIJE obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.1.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

MTP-3.1.1

Analizira odnose između elementarnih geometrijskih pojmova

Primjenjuje aksiome o pravou i ravni

B.I.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima.

Primjenjuje teoreme o podudarnosti trouglova

Kombinuje svojstva figura u ravni pri rješavanju problemskih zadataka

Rješava po etapama konstruktivne zadatke o trouglu i četverouglu uz upotrebu linijara i šestara

Primjenjuje izometrijska preslikavanja: translaciju, rotaciju i simetriju

MTP-3.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Aksiome (pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti, paralelnosti); Poluprava, duž, mnogougona linija, poluravan, poluprstor; Ugao. Mjerenje uglova; Uglovi uz transversalu; Uglovi sa paralelnim i okomitim kracima; Trougao; Mnogougao; Podudarnost; Kružnica i krug; Uglovi u kružnici; Značajne tačke, duži i prave trougla; Četverougao (romboid, paralelogram, pravougao, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid). Tangenti i tetivni četverougao; Geometrijske konstrukcije. Osnovni i složeni konstruktivni zadaci u trouglu, četverouglu.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenici se prvi put sreću sa aksiomatskim zasnivanjem geometrije, te je važno da shvate potrebu za uvođenjem aksioma u matematiku. Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu. Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena zakona geometrije u zadacima); Informatika (npr. naredbe za crtanje linija i mnogouglova, naredbe za modifikovanje objekata u AutoCAD-u, programiranje u C++); Projektovanje (npr. površine likova u ravni); Građevinske konstrukcije (npr. mjerenje i pretvaranje mjernih jedinica); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta); Tehnički predmeti (npr. perspektiva, etape rješavanja problema, konstrukcije objekata); Tehničko crtanje (npr. korištenje geometrijskih osobina, tvrdnji, teorema za konstrukcije na papiru ili koristeći software).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja. Učenik će biti osposobljen da geometrijske odnose i svojstva primijeni prilikom rješavanja problemskih situacija u fizici, geodeziji, umjetnosti i stvarnom životu.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te

Izvodi operacije s vektorima

Definiše trigonometrijske funkcije u pravouglom trouglu

koristi simbole i različite prikaze.	Projektuje duži i vektore na koordinatne ose Opisuje osobine date funkcije iz njenog grafičkog prikaza
MTP-3.1.1	
B.I.2 Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva usmeno, grafički, računski.	Određuje definiciono područje funkcije Opisuje svojstva bijektivnih preslikavanja Određuje inverznu funkciju i kompoziciju funkcija
MTP-2.1.1	
B.I.3 Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih zapisa, grafika i dijagrama, te generalizuje na osnovu njih.	Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva usmeno, grafički, računski. Primjenjuje osobine funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama Crta na osnovu dobijenih podataka grafike linearnih funkcija sa i bez apsolutne vrijednosti Crta na osnovu dobijenih podataka grafike funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti
MTP-2.1.2	
KLJUČNI SADRŽAJI	

Vektori u ravni. Operacije s vektorima; Projekcije vektora na osu; Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Funkcije (preslikavanja). Inverzna funkcija; Kompozicija funkcija; Funkcija direktne proporcionalnosti $y=kx$ (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija $y=kx+n$ (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti $y=k/x$, ($k \neq 0$) (tok i grafik); Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglo trouglu ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati primjere operacija sa vektorima. Izometrijska preslikavanja u zadacima koristiti kako bi se uočile neke od osobina posmatranih figura (npr. osna simetričnost), te da se uz pomoć izometrijskih preslikavanja figure mogu dovoditi u razne položaje, a da pri tom osobine poput udaljenosti tačaka ostaju očuvane (invarijantnost). Ponavljaju se i proširuju znanja o funkcijama. Kod učenika razviti svijest o važnosti definicije funkcije i drugih temeljnih pojmova vezanih za nju. Prilikom ispitivanja svojstava funkcija učenik se treba služiti zaključivanjem koje se temelji na osnovama matematičke logike. Direktnu i obrnutu proporcionalnost uvesti ponavljanjem onog što su učili u osnovnoj školi. Koristiti što „bliže“ primjere učenicima. Nakon toga uvesti grafike za funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti, te linearne nehomogene funkcije, ispitujući njihov tok. Trigonometrijske funkcije također pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglo trouglu. Koristiti trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih u pravouglo trouglu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ dijagrami, uspon ili nagib ulice, primjena vektora u zadacima, slaganje i razlaganje sila, strma ravan, fazorski dijagram, termodinamički izo-procesi); Informatika (npr. kompjuterske simulacije izometrijskih preslikavanja u ravni, Excel funkcije i grafici); Hemija (npr. topljenje leda, maseni udio, relativna atomska masa); Tehnička mehanika (statika i dinamika); Nacrtna geometrija (koordinatni sistem u ravni i prostoru).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i “čitanje” grafika i svojstava funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima. Trigonometriju pravouglog trougla učenik će istražiti u različitim disciplinama kao što su astronomija, fizika, građevina i arhitektura.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.I.1

Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina i sistema linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina na problemske situacije

MTP-2.1.1 MTP-2.2.2

A.I.2

Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.

Analizira egzistenciju i broj rješenja jednačine, nejednačine i sistema

Zaključuje o rješenjima na osnovu grafičkog prikaza tokom rješavanja

Primjenjuje Cramer-ovu teoremu za diskusiju rješenja sistema linearnih jednačina

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine; Proporcije, procentni račun; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom; Linearne jednačine sa parametrima; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate: metoda supstitucije, Gausova metoda, metoda determinanti, grafička metoda; Diskusija rješenja (Kramerova teorema).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja ponoviti na jednostavnijim primjerima, pa preći na složenije. Linearne jednačine primjenjivati u problemima iz svakodnevnog života, kao i na proporcije i procentni račun. Sve različite načine rješavanja sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima, kako postupci ne bi postali formalni. Rješavati zadatke i sa apsolutnom vrijednosti i sa najviše dva parametra. Po mogućnosti uraditi primjere sistema od tri linearne jednačine sa tri nepoznate.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina na računski dio zadatka, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. miješanje hemijskih elemenata, primjena procentnog računa); Informatika (npr. grafički prikazi); Ekonomska grupa predmeta (npr. jednačine, omjeri i procenti); Beton i armirani beton (rješavanje jednačina); Statika i otpornost materijala (rješavanje jednačina).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto. Samostalnim i timskim radom razvijati metakognitivne kompetencije, kao i međusobno poštovanje, poštovanje privatnosti i prepoznavanje pouzdanosti i valjanosti prikupljenih informacija. Korištenjem softverskog paketa Geogebra razvija se digitalna pismenost kao i IKT vještine.

Srednje II

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11.

C Geometrija i mjerenja, D Podaci i vjerovatnoća

C.II.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata te koristi geometrijske transformacije i sličnost geometrijskih figura.

Primjenjuje Talesovu teoremu u rješavanju problemskih zadataka
Donosi zaključke koristeći homotetiju u geometrijskim problemima
Rješava geometrijske probleme primjenom homotetije i sličnosti

MTP-3.1.4

C.II.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima i analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih oblika.

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka
Primjenjuje teoreme o sličnosti trouglova prilikom rješavanja problemskih zadataka
Upotrebljava sličnost za analizu svijeta oko sebe

MTP-3.1.4

KLJUČNI SADRŽAJI

Mjerenje duži; Zajednička mjera dviju duži. Samjerljive i nesamjerljive duži; Proporcionalnost duži. Geometrijska proporcija, geometrijska sredina dviju duži, produžena proporcija; Talesova teorema; Homotetija; Sličnost; Stavovi o sličnim trouglovima.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Talesovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž, ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa skice pretpostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon tog i dokazati svoju pretpostavku ukoliko je tačna.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta; Historija (npr. život poznatih matematičara); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. snop svjetla, difrakcija, interferencija svjetlosti, formiranje likova sočivima i instrumentima); Informatika (npr. grafički prikaz zadataka); Tehničko crtanje (npr. uvećanje i smanjenje slike); Slobodno crtanje (npr. perspektiva).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

U okviru ove tematske cjeline kod učenika se razvijaju vještine upoređivanja i procjenjivanja prema određenim kriterijima, otkrivanje zavisnosti između duži i uglova. Učenici analiziraju odnose između istorodnih geometrijskih figura, predmeta i pojava u svijetu koji ih okružuje, te izvode zaključke na osnovu utvrđenih osobina. Podsticati praktičnu primjenu sadržaja ove cjeline uz korištenje odgovarajućeg geometrijskog pribora i dostupnog matematičkog softvera. Pri tome učenici razvijaju i vlastite pozitivne osobine poput urednosti i preciznosti u radu, analiziranja problema i odgovarajućih crteža, te korištenja

matematičke logike u zaključivanju. Radom u grupi učenici stiču odgovornost za svoj rad, razvijaju komunikaciju kako bi se ostvario cilj grupnog rada, dijele znanje. Treba podržavati vršnjačko učenje, kolaborativno učenje, te podsticati refleksiju na svoj rad.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Formuliše operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima

Primjenjuje operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima

MTP-3.1.1 MTP-3.1.4

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem); Stepeni sa cijelim eksponentom; Operacije sa stepenima jednakih baza ili jednakih eksponenata; Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepeni sa racionalnim eksponentom. Pojam logaritma. Vrijednost logaritamskog izraza. Pravila logaritmovanja. Prirodni i dekadski logaritmi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Nakon ovladavanja operacijama sa stepenima i korijenima, pristupiti rješavanju složenijih zadataka iz ove oblasti. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Navesti i primjeniti pravila stepenovanja sa racionalnim eksponentom. Primjenjivati pravila za logaritmovanje. Izračunavati vrijednosti logaritamskih izraza i prelaziti iz logaritamskog u eksponencijalni oblik i obratno. Objasniti značaj i primjenu broja e . Posebno mjesto trebali bi zauzeti i zadaci iz praktične primjene logaritamskog računa.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. aritmetičke operacije i funkcije za računanje u programiranju ($\sqrt{x}$, x^y i $\log x$)); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gravitaciona sila, Kulonova sila, određivanje impedance, predstavljanje velikih i malih veličina); Hemija (npr. primjena stepena i korijena u zadacima); Ekonomska grupa predmeta (npr. kamatni račun).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.II.1

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni

Primjenjuje veze između skupova brojeva N, Z, Q, I, R, C

MTP-1.1.2

A.II.2

Odabire i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema.

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni

Primjenjuje veze između skupova brojeva N, Z, Q, I, R, C

MTP-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano- kompleksni brojevi; Modul (apsolutna vrijednost) kompleksnog broja; Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za uvođenje kompleksnih brojeva (jednačina $x^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva formirati uz ponavljanje principa permanencije (skup kompleksnih brojeva se ne može urediti u odnosu na relaciju „biti veće“ ili „biti manje“). Do automatizma usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku i stepene imaginarne jedinice. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računske operacije. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnih brojeva. Usvojiti vezu između tačaka u ravni i kompleksnih brojeva (kompleksna ili Gausova ravan). Dati kompletnu geometrijsku interpretaciju sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva u koordinatnoj ravni i modula kompleksnog broja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. fraktalna geometrija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. kola naizmjenične struje); Biologija (npr. krvotok, oblik krošnje stabla).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o odredjenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevnih područja. Traži odgovore na pitanja: Šta ću naučiti? i Za šta mi to treba? Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te problemima teorije brojeva. Razviti analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.II.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika i dijagrama.

Analizira svojstva kvadratnih, eksponencijalnih i logaritamskih funkcija

Primjenjuje kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije u problemskim zadacima

Prikazuje grafički kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju

MTP-1.1.2

B.II.2

Obrađuje podatke iz različitih izvora te ih predstavlja u različitim formama u matematici i realnom svijetu.

Predstavlja podatke tabelom i grafikom u kontekstu izabranog problema

Povezuje podatke sa grafikom funkcije (kvadratnom, eksponencijalnom i logaritamskom)

Upoređuje grafike funkcija (kvadratna, eksponencijalna i logaritamska)

MTP-4.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratna funkcija $y=ax^2+bx+c$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Eksponencijalna funkcija $y=a^x$, $a>0$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote); Logaritamska funkcija $y=\log_a b$, $0 < a \neq 1$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije. Koristiti se translacijom za vektor položaja tjemena parabole (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije. Usvojiti osobine eksponencijalne funkcije i znati ih pročitati sa datog grafika. Upoznati se sa primjenama eksponencijalnih funkcija (npr. slučaj korona virusa). Pri uvođenju pojma logaritamske funkcije, dati njenu poveznicu sa pojmom inverzne funkcije i njenim grafikom, radi uočavanja njenih osobina i veze sa grafikom eksponencijalne funkcije. Usvojiti osobine logaritamske funkcije i znati nacrtati njen grafik.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, kosi hitac, punjenje i pražnjenje kondenzatora, LC oscilator, zakoni zračenja, vrijeme poluraspada, jačina zvuka i nivo buke; kola naizmjenične struje); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih deseterostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkom kontekstu i stvarnom životu. Učenik stiče sposobnost modelovanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja. Također će sticati vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaće rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupiti. Prigodnim animacijama

učenik asocijativnim putem nove informacije pohranjuje u dugoročno pamćenje - mnemotehnike. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Prilagođava postupke za rješavanje jednačina i nejednačina.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena)

Kombinuje metode i tehnike rješavanja iracionalnih jednačina i nejednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina

Pretvara matematičke modele u nove (Vietove formule)

MTP-2.2.1 MTP-2.2.2

A.II.2

Diskutuje o rješenjima jednačina i nejednačina u kontekstu problema, te grafički prikazuje rješenja.

Diskutuje rješenja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja

Diskutuje rješenja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena) u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja iracionalnih jednačina i nejednačina u zavisnosti od definicionog područja

Diskutuje rješenja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Bikvadratne jednačine oblika $ax^4+bx^2+c=0$; Kubne jednačine oblika $ax^3+bx^2+cx+d=0$; Jednačine višeg reda sa simetričnim koeficijentima; Iracionalne jednačine i nejednačine u kojima se pojavljuje $\sqrt{f(x)}$, gdje je $f(x)$ funkcija prvog ili drugog stepena; Eksponencijalne jednačine (oblika $af(x)=ag(x)$) i nejednačine (oblika $af(x)<ag(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Logaritamske jednačine (oblika $\log_a f(x)=\log_b g(x)$) i nejednačine (oblika $\log_a f(x)<\log_b g(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena; Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Usvojiti Vietove formule i primjenjivati ih. Primjenjivati kvadratne jednačine u drugim predmetima i u jednostavnim problemskim zadacima. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Rješavanje sistema jednačina sa dvije nepoznate interpretirati grafički (uz korištenje odgovarajućeg interaktivnog sadržaja). Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina; ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. grafički prikaz podataka); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. prigušene oscilacije, problemi kretanja, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvijanje samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Vizualizacijom, upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Učenici trebaju da koriste razne IKT alate u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Pri tome prepoznaju rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupaju.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u trigonometriji.

Analizira svojstva trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici

Objašnjava vezu između trigonometrijskih funkcija

Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije

Transformiše trigonometrijske izraze

MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

B.II.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Crta grafike trigonometrijskih funkcija

Zaključuje o svojstvima i promjenama grafika složenih trigonometrijskih funkcija na temelju amplitude, perioda, početne faze

MTP-2.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao. Radian; Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija u trigonometrijskoj kružnici; Odnosi stranica pravouglog trougla; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° ; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba digitrona ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost trigonometrijskih funkcija; Trigonometrijske funkcije negativnog argumenta; Parne i neparne trigonometrijske funkcije; Svođenje na prvi kvadrant. Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$; Ispitivanje i grafičko predstavljanje trigonometrijskih funkcija: $y=asin(bx+c)+d$, $y=acos(bx+c)+d$, pomoću karakterističnih tačaka.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ponoviti pojam radijana. Definisati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštih uglova na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost trigonometrijskih funkcija,

trigonometrijske funkcije negativnog argumenta), te njihovoj primjeni na svođenje trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. određivanje trenutka kada se avion mora početi spuštati prema aerodromu, kolo naizmjenične struje, osvjetljenost, difrakcija i refrakcija svjetlosti, polarizacija svjetlosti, RLC oscilator); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta, Eratostenov eksperiment); Statika i otpornost materijala.

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

Srednje III

Godine učenja i podučavanja predmeta: 12.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Pretvara matematičke modele u nove - adicione i ostale trigonometrijske formule

Primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu sa ostalim trigonometrijskim tvrdnjama

MTP-2.2.1 MTP-2.2.2

B.III.2

Argumentuje postupke za rješavanje trigonometrijskih jednačina, nejednačina i sistema.

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih nejednačina

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja sistema trigonometrijskih jednačina

KLJUČNI SADRŽAJI

Transformacije trigonometrijskih funkcija (adicione teoreme, trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i polougla, transformacije proizvoda trigonometrijskih funkcija u zbir i razliku); Sinusna i kosinusna teorema; Trigonometrijske jednačine i nejednačine; Sistemi trigonometrijskih jednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Uočavati veze među trigonometrijskim formulama putem njihovog izvođenja. Koristiti matematičko modelovanje za primjenu sinusne i kosinusne teoreme na rješavanje pravouglog i kosouglog trougla. Proširiti vještine rješavanja jednačina, nejednačina i sistema i na trigonometrijske jednačine, nejednačine i sisteme spoznavajući nove strategije. Voditi računa o definicionom području i o pripadnosti rješenja definicionom području.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gibanje niz kosinu sa i bez trenja, primjena sinusoide na bečki Reisenrad); Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Geografija (npr. udaljenost ostalih planeta od Zemlje)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Uz pomoć interaktivnih sadržaja učenik vizualizira i donosi zaključke, sintetizira i primjenjuje stečena znanja, rješava konkretne probleme iz matematike i realnog svijeta, razvija kreativnost i znatiželju kroz istraživanja o mogućnostima primjene datog nastavnog gradiva. Učenik pronalazi nove relacije između stranica i uglova trougla i zaključuje o nekim geometrijskim odnosima na novi način. Na temelju ranije usvojenih činjenica učenik predviđa rješenja i smješta ih u odgovarajući okvir. Utvrđuje rješenje problema koristeći implicitne i

eksplicitne pokazatelje. Razvija spoznaju da je matematika kao naučna disciplina zasnovana na jasnim definicijama i stavovima.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže verbalno, grafički i usmeno.

Predstavlja jednačinu prave u raznim oblicima

Predstavlja grafički krive drugog reda

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u ravni

Analizira međusobni odnos krivih drugog reda i između pravih i krivih drugog reda

MTP-3.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Koordinatni sistem u ravni; Rastojanje između dvije tačke; Koordinate središta duži; Koordinate težišta trougla; Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. Uslov kolinearnosti tačaka; Jednačine prave u ravni; Ugao između dvije prave u ravni. Uslov paralelnosti i normalnosti pravih; Presjek dvije prave; Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku; Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke; Jednačina simetrale ugla između dvije prave; Konusni presjeci – krive drugog reda: kružnica, elipsa, hiperbola, parabola (jednačina, uslov dodira prave i krive, jednačina tangente i normale krive u dodirnoj tački); Ugao presjeka između prave i krive drugog reda ili između dvije krive drugog reda; Zajednička tangenta dvije krive drugog reda.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sadržaje ove tematske cjeline uvesti ilustrovanjem pojmova i odnosa koji se uvode u njoj. Dosadašnja znanja sistematizovati i voditi učenike ka logičkom zaključivanju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara. Crtati što zornije i realnije slike, ali naglašavati da crtež ne može biti dokaz, već da nam služi kako bismo došli do odgovarajuće ideje kako riješiti neki problem. Zbog važnosti vježbati prevođenje jednačine prave iz jednog oblika u drugi, ističući značenja svih sastavnih dijelova nekog oblika. Problemske zadatke sa krivim drugog reda rješavati prvo na crtežu povezujući date podatke sa traženim, a tek onda računski. Prije uvođenja uslova za međusobni odnos prave i krivih drugog reda, doći do zaključka koji su to mogući slučajevi.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena da ne dođe do sudaranja planeta, geometrijska optika); Informatika (npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih drugog reda na osnovu datih uslova), Konstruisanje i crtanje putem računara (npr. konstrukcije obliha tijela); Tehničko crtanje (npr. konstrukcija krivih drugog reda), Nacrtna geometrija (npr. krive drugog reda i koordinatni sistem u ravni i prostoru).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost logičkog i prostornog razmišljanja i predstavljanja datog problema na različite načine. Vizualizacijom uz pomoć različitih softvera (Geogebra, Auto Cad, ...) analizira i izvodi zaključke, te generalizuje. Kombinuje metode i različitim pristupima dolazi do rješenja, te tako razvija kreativnost.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, C Geometrija i mjerenja

A.III.1

Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Analizira suštinu problema na osnovu ravanskih i prostornih figura

Formuliše problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura

Osmišlja i formuliše problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura

MTP-3.1.2 MTP-3.1.3

A.III.2

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima, analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih oblika i figura (likova i tijela).

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka

Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka

Kombinuje trigonometriju i stereometriju

Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života

MTP-3.1.2 MTP-3.1.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama i mnogougla; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Diedar, rogalj, poliedar; Rogljasta tijela (piramida, prizma, krnja piramida); Površine i zapremine uspravnih tijela; Rotaciona tijela (valjak, kupa, krnja kupa, lopta); Površine i zapremine uspravnih tijela, lopte i njenih dijelova.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim slikama. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. U zadacima koristiti osne presjeke figura. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. Arhimedov zakon, gravitaciono polje, Keplerovi zakoni, određivanje centra masa i momenta inercije); Informatika (npr. video prezentacije nastanka krnjih tijela i dijelova lopte); Biologija (npr. Kavalierijev princip i zapremina pluća); Konstruisanje i crtanje putem računara (prizma, lopta kao osnovni elementi i njihove transformacije)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima). Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizualizaciju i analizu. Istraživanje geometrijskih tijela u

prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.III.1

Primjenjuje elemente kombinatorike za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa u realnom svijetu.

Rješava probleme koristeći odgovarajuću strategiju iz kombinatorike

Diskutuje o mogućim rješenjima datog problema

MTP-4.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Princip uzastopnog prebrojavanja (Dekartov proizvod skupova); Permutacije sa i bez ponavljanja; Varijacije sa i bez ponavljanja; Kombinacije sa i bez ponavljanja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Fokus ove tematske cjeline je na upoznavanju elementarnih pojmova kombinatorike. Kombinatorne zadatke kada je god je moguće vezivati za konkretne životne situacije. Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa i bez ponavljanja sa realnim primjerima, te smišljati primjere u kojima se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja. Povezati ovu tematsku cjelinu sa primjerima iz drugih nauka (genetike, fizike, geografije...).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Stručni predmeti (npr. komunikacijske mreže); Hemija (npr. generisanje kombinacija baza i hemijskih spojeva); Biologija (npr. izračunavanje određenih pojava, inteligentna analiza ljudskog lica); Psihologija (npr. kombinatorni problemi).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sposobnost donošenja odluke na koji način riješiti zadani problem u vidu matematičkog zadatka je izražena u ovoj tematskoj cjelini. Uvažavanjem različitih načina rješenja zadataka, na osnovu poznatih jednostavnijih primjera kod učenika se razvija kreativnost. Učenici razvijaju sposobnost postavljanja pitanja, traganja za odgovorima, važnosti provjeravanja u praksi i samostalnog zaključivanja. Učenik stiče sposobnost utvrđivanja karakteristika posmatranih pojava i stvari, istraživanja i otkrivanja nepoznatog, te korištenja znanja i iskustva u novim okolnostima.

D Podaci i vjerovatnoća

D.III.1

Formuliše problem i prikuplja podatke.

Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama

Klasifikuje podatke

Povezuje podatke

MTP-4.1.1

D.III.2	
Obrađuje podatke iz različitih izvora i predstavlja ih u različitim formama.	Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema Primjenjuje statističke metode u problemskim situacijama kada je to moguće
MTP-4.1.2	
D.III.3	
Interpretira i diskutuje dobijene podatke i rezultate istraživanja.	Analizira rezultate istraživanja Upoređuje podatke prikazane na različite načine Odabire uzorak populacije za odgovor na pitanje
MTP-4.1.2 MTP-4.2.1	
D.III.4	
Koristi statističke analize i elemente kombinatorike s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.	Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće Procjenjuje ishod povećanja broja ponavljanja eksperimenta Povezuje termine vjerovatnoće i kombinatorike Argumentuje moguće ishode u okviru datog problema
MTP-4.2.1 MTP-4.2.2	
KLJUČNI SADRŽAJI	

Događaji. Operacije s događajima; Vjerovatnoća (klasična, uslovna, totalna); Disperzija; Elementi matematičke statistike (populacija, statistički skup), Karakteristike statističkog skupa (pokazatelji disperzije, srednje apsolutno odstupanje, varijansa i standardna devijacija); Obrada i analiza podataka i rezultata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Poželjno je u uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju), a zatim njihovu analizu, obradu, te prikaz u pogodnom obliku. Posebnu pažnju obratiti na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoću kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. proučavanje i analiza raznih pojava unutar eksperimenta); Biologija (npr. analiza podataka); Nauka o prehrani (index tjelesne mase); Ekonomska grupa predmeta

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu vjerovatnoće u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Saradničkim radom u timovima ostvaruju se principi uvažavanja različitih mišljenja i ideja, umijeće planiranja i donošenje odluka. Učenik podstiče svoju odgovornost za vlastiti uspjeh i napredovanje, opravdava ideje za pronalazjenje

rješenja. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u vjerovatnoći i statistici jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupi. Učenici su osvješteni da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Srednje IV

Godine učenja i podučavanja predmeta: 13.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.IV.1

Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz (princip matematičke indukcije).

MTP-1.2.1

Dokazuje matematičkom indukcijom tvrdnje koje se odnose na prirodne brojeve (dokazi jednakosti, identiteti, nejednakosti, tvrdnje o djeljivosti)

Povezuje po analogiji matematičke činjenice

Prosuđuje dobijene zaključke vezane za princip potpune matematičke indukcije

A.IV.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u matematici primjenom binomnog obrazca, te rješava odgovarajuće problem.

MPT-2.1.1

Dokazuje binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata

Analizira svojstva binomnih koeficijenata

Rješava probleme koristeći binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata

KLJUČNI SADRŽAJI

Matematička indukcija. Primjena principa matematičke indukcije na jednakosti, identitete, nejednakosti i na djeljivost polinoma; Binomni obrazac. Svojstva binomnih koeficijenata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Na jednostavnim primjerima usvojiti metodu matematičke indukcije (početni zadaci ne trebaju biti opterećeni komplikovanim računom). Učenik treba prepoznati primjere u kojima se ta metoda može uspješno primjenjivati (dokazi identiteta, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu prirodnih brojeva ili u nekom njegovom podskupu). Kod binomnog obrasca uvodi se prvi put oznaka za sumu, te tome posvetiti pažnju kako bi učenici razumjeli u potpunosti kratki zapis formule. Demonstrirati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Nakon uvedenog pravila o izračunavanju binomnih koeficijenata, demonstrirati učenicima nastanak Pascalovog trougla, te način na koji ga koristimo.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. dokazivanje nekih formula); Informatika (npr. demonstracija nastanka Pascalovog trougla).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika se razvija matematička logika, zaključivanje po analogiji, apstrakcija, generalizovanje, dosljedno poštovanje definicija i pravila. Učenik koristi induktivni načina zaključivanja i uočava njegove nedostatke kao i važnost dokaza na temelju argumenata, uključujući etape provjere. Učenik povezuje teoriju i praksu, istražuje mogućnosti primjene datog postupka na različite probleme. Primjenom binomnog obrasca

synetizira i koristi ranije stečena znanja. Učenici će biti osposobljeni da koriste nove i drugačije simbole, da tu simboliku pretvaraju u jezičku formu i verbalno interpretiraju matematički problem. Korištenjem različitih izvora znanja, učenici povezuju bitne odnose u problemskoj situaciji. Pravilo, definiciju ili zakonitosti konkretizuje primjerima i razvija kreativnost, postupnost i preciznost u radu.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, C geometrija i mjerenja

A.IV.1

Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći trigonometrijski oblik

Predstavlja kompleksne brojeve analitički i geometrijski u kompleksnoj ravni i u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje Moavrovu formulu

MTP-1.1.2

A.IV.2

Kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.

Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva prikazanih u trigonometrijskom obliku

Kombinuje računske operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku

Primjenjuje grafičku interpretaciju kompleksnih brojeva i Eulerovu formulu

MPT-1.2.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja; Računske operacije sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku (množenje, dijeljenje, stepenovanje, korjenovanje); Eulerov oblik kompleksnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Zapisivati kompleksan broj prvo u algebarskom, a zatim u trigonometrijskom obliku. Uočiti prednosti i nedostatke i jednog i drugog zapisa. Postupke prikazivanja kompleksnih brojeva, te računskih operacija pratiti odgovarajućim crtežima u Gaussovoj ravni. Koristiti i Moivreovu formulu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. elektronika, kola naizmjenične struja, zakoni raspršenja); Informatika (npr. kompjuterska simulacija kompleksnog broja).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Upotrebom različitih metoda i tehnologija (animacije i ilustracije skupa kompleksnih brojeva) razvija se sposobnost i spremnost korištenja matematičkih oblika mišljenja. Diskusijom pri rješavanju problema razvija se verbalizacija, argumentovanje i logičko zaključivanje. Korištenjem raznih web alata učenik vizuelizira dati problem, predstavlja ga na različite načine i uključuje se u autentične oblike učenja.

Upotrebom tehnologije učenici mogu povezivati kompleksne brojeve i fraktale, s ciljem podsticanja kreativnosti i inovativnosti.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Vjerovatnoća

A.IV.1

Prikazuje matematičke strukture upotrebom različitih zapisa.

MTP-2.1.3 MTP-2.1.4

Povezuje koeficijente sistema linearnih jednačina sa više nepoznatih u novi model - matrice

Kombinuje tehnike rada sa matricama i determinantama

Rješava matrične jednačine

KLJUČNI SADRŽAJI

Matrice (pojam i vrste); Jednakost matrica; Operacije s matricama (sabiranje i oduzimanje, množenje skalarom, proizvod dvije matrice); Determinante trećeg reda; Cramerovo pravilo; Inverzna matrica; Matrične jednačine.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Matrica je učenicima nov pojam, te je potrebno uvesti ga uz odgovarajuće primjere. Učenici trebaju znati vrste matrica i računati s njima. Također, trebaju uočiti razlike između matrica i determinanti. Učenicima demonstrirati primjenu matrica i determinanti na rješavanje sistema linearnih jednačina do trećeg stepena. Interesantan primjer primjene matrica je primjer kodiranja i dekodiranja šifri u kriptografiji.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. Slaterove determinante, elektromagnetizam, kvantna mehanika); Informatika (npr. algoritam za rješavanje sistema linearnih jednačina, kompjutersko programiranje); Ekonomska grupa predmeta (npr. teorija vjerovatnoće i statistika).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Radom sa matricama i determinantama trećeg reda razvija se upornost i preciznost u radu, učenje iz grešaka i timski rad. Stiže se samopouzdanje kroz primjenu ranije stečenih znanja, te se razvija kreativnost i inovativnost. Razviti istrajnost u kontekstu iznalaženja rješenja problema.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu kroz nizove i redove realnih brojeva.

Tumači odnose između članova nizova realnih brojeva

Primjenjuje znanja o aritmetičkim i geometrijskim nizovima u rješavanju problemskih zadataka

Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka

Uspostavlja analogije između matematičkih činjenica

KLJUČNI SADRŽAJI

Podskupovi skupa. Donja i gornja granica skupa. Supremum i infimum skupa. Aksiom potpunosti skupa. Tačka nagomilavanja; Brojevni niz; Aritmetički niz. Geometrijski niz; Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza; Granična vrijednost niza. Računanje s graničnim vrijednostima niza; Konvergencija monotonih nizova; Broj e ; Redovi. Beskonačan red; Geometrijski red.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Pojam niza uvesti preko primjera nizova iz svakodnevnog života, s posebnim osvrtom na aritmetičke i geometrijske nizove. Navoditi primjere konvergentnih i divergentnih nizova. Geometrijski ilustrovati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima. Kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje limesa niza ukazujući na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog (po volji velikog) intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. niz sa opštim članom $1/n$). Ukazati na razlike između pojmova niza i reda. Ukazati na mogućnost primjene nizova i redova, s posebnim naglaskom na primjenu beskonačnog geometrijskog reda (veza između decimalnih brojeva i razlomaka kao i primjena u geometriji).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. emisijski spektri, rotacioni spektri, radioaktivni nizovi); Biologija (npr. Fibonačijev niz); Geografija (npr. prirodni priraštaj); Informatika (npr. grafički prikaz konvergentnog i divergentnog niza); Ekonomska grupa predmeta (npr. kamatni račun)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici se osposobljavaju da modeliraju situacije iz stvarnog života. Kroz programe dinamičke geometrije sintetiziraju znanja iz različitih matematičkih oblasti. Pristup temeljen na otkrivanju i istraživanju poboljšava matematičko razumijevanje učenika što rezultira matematičkim znanjima koja postaju funkcionalna u različitim kontekstima. Podsticati razvoj matematičke i naučne znatiželje i kreativnosti i učeničkog potencijala za kritičko razmišljanje i analizu.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća**B.IV.1**

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u okviru realnih funkcija i generalizuje ih.

Ispituje svojstva realne funkcije jedne realne promjenljive

Koristi grafički prikaz funkcije za analizu njenih osobina

Skicira grafik funkcije na osnovu ispitanih svojstava funkcije

Realne funkcije jedne realne promjenljive (pojam, oblast definisanosti, vrijednost, grafik, kompozicija, opšte osobine: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost); Pregled elementarnih funkcija; Granična vrijednost funkcije (limes); Dokaz i primjena graničnih vrijednosti; $x \sin x$, $x(1+x)$; Računanje limesa; Neprekidnost funkcije; Asimptote.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Precizno definisati pojam funkcije. Upoznati detaljnije elementarne funkcije (svojstva i grafik). Graničnu vrijednost funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Na jednostavnom primjeru demonstrirati računanje po definiciji granične vrijednosti funkcije i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcija i asimptota. Povezivati graf funkcije i njena svojstva, te tumačiti značenja tih svojstava.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. zavisnost gustoće čiste tvari o temperaturi, teorija relativnosti - zavisnost od brzine, zakoni zračenja - zavisnost od temperature,); Hemija (npr. molarni toplinski kapacitet dvoatomskog idealnog plina konstantne zapremine); Sociologija (npr. procjena graničnog ponašanja); Informatika (npr. grafički prikaz funkcija).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Na osnovu stečenog znanja treba da tragaju za rješenjima, opisuju karakteristike posmatranih funkcija. Dobijene rezultate učenici treba kritički da vrednuju i formulišu zaključke uz korištenje alata dinamičke geometrije. Pomoću funkcija učenici će modelirati probleme iz matematike, fizike i stvarnog života. Učenici uče otkrivanjem koje se odvija radom u grupama ili u paru. Dijalog i diskusija učenika podstiče društvenost i doprinosi razvoju razumijevanja. Učenici izražavaju svoja mišljenja, hipoteze i zaključke kroz slobodan saradnički proces, što doprinosi podizanju njihovog samopouzdanja.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.IV.1

Primjenjuje matematički model derivacije i operaciju deriviranja.

MTP-2.1.3 MTP-2.1.4

Povezuje geometrijsko i fizikalno značenje izvoda

Primjenjuje metode deriviranja i diferenciranja

Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje toka i crtanje grafika funkcija

A.IV.2

Primjenjuje matematički model integrala i operaciju integriranja.

MPT-1.2.1

Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja

Primjenjuje metode integriranja

Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu

Kombinuje diferencijalni i integralni račun u rješavanju problema

Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine

KLJUČNI SADRŽAJI

Izvodi (derivacije); Pravila deriviranja; Derivacije nekih posebnih funkcija (trigonometrijskih, logaritamskih, eksponencijalnih, složenih, inverznih, implicitnih); Derivacije višeg reda; Ispitivanje toka i crtanje grafika funkcije; Primitivna funkcija i neodređeni integral; Tablični integrali; Osobine neodređenog integrala; Zamjena promjenljivih u neodređenom integralu; Integracija racionalnih funkcija; Parcijalna integracija; Određeni integral; Osobine određenog integrala; Newton-Leibnizova formula; Primjena određenog integrala u izračunavanju površine krivolinijskog trapeza i dužine luka, te površine rotacionih površi i zapremine rotacionih tijela.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Upoznati pojam izvoda i njegovu geometrijsku i mehaničku interpretaciju, računati izvode i primjenjivati ih u ispitivanju funkcije. Bar jedan tablični izvod izračunati po definiciji. Dokazati bar jedno od pravila za zbir, razliku, proizvod ili količnik izvoda, a ostala demonstrirati kroz primjere. Upoznati pojam neodređenog integrala kao antiderivaciju. Pojam određenog integrala uvesti uz odgovarajuću geometrijsku interpretaciju integralnih suma. Uraditi primjere za izračunavanje obima i površine kruga, te površine i zapremine lopte, te ih uporediti sa već naučenim formulama. Uraditi primjer i za površinu dijela ravni omeđenog sinusoidom na intervalu $[0, 2\pi]$, a zatim izračunati te izvesti zaključak zašto se rezultati razlikuju. Primjenu određenog integrala ograničiti na jednostavnije primjere.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. brzina, rad sile, kinetička energija, pritisak tečnosti, put pri mjerenju brzine, zakon radioaktivnog raspada); Biologija (npr. brzina rasta populacije u nekom trenutku); Hemija (npr. hemijske reakcije, hemijska kinetika).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija. Planira rješavanje problema odabirom matematičkih pojmova i postupaka. Obrazlaže odabir matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost dobivenog rezultata. Osobine izvoda i integrala kao i rezultate koji se dobiju primjenom tehnologije učenici će kritički vrednovati. Izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom.

Srednje obrazovanje – Tehničke škole (dva časa sedmično)

Srednje I.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10

A: Skupovi, brojevi i operacije

A.1.1

Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu $\mathbb{R}$.

Koristi simbole i različite prikaze, svojstva i odnose skupova brojeva $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{R}$.

Kombinuje računske operacije sa prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima.

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja prilikom rješavanja problema.

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija. Povezati algebarski zapis apsolutne vrijednosti broja sa udaljenošću na brojevnoj pravoj.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Bosanski jezik i književnost, Hrvatski jezik i književnost, Srpski jezik i književnost (Morfologija i vrste riječi), Informatika (Funkcije u EXCEL-u), Privredna matematika (privredni računi), Knjigovodstvo (knjiženje poslovnih promjena po vrijednosti), Fizika i srodni stručni predmeti (smjer i intenzitet vektorskih veličina), Hemija (npr. primjena u proračunima); Tehnički predmeti (predmjeri i proračuni radova na izradi objekta, toplotna provodljivost), Nauka o prehrani (izračunavanje energetske vrijednosti namirnica)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje - prirodi, svemiru, ljudskom biću, te da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima. Kod učenika razvijati sposobnost diskusije, iznošenja stava na temelju argumenta.

B: Algebra

B.1.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom.

Transformiše cijele i razlomljene brojeve izraze.

Transformiše cijele i razlomljene algebarske izraze.

Primjenjuje osnovne algebarske identitete.

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izloziocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojni izrazi; Naučni (eksponencijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove široke primjene.

Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizirati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$.)

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. mase elementarnih čestica, neke fizikalne konstante, naučni zapis, predstavljanje velikih i malih veličina, prefiksi mjernih jedinica); Informatika (npr. kompjuterske simulacije transformacija algebarskih izraza, pretvaranje brojeva iz jednog u drugi brojevni sistem); Hemija (npr. primjena u proračunima, zakon idealnog gasa, izo procesi)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Pravila i osobine računanja pomoću interaktivnih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvije svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktORIZACIJU polinoma. Učenici povezuju faktORIZACIJU sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktORIZACIJE obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

C: Geometrija i mjerenja

C.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira odnose između elementarnih geometrijskih pojmova.

Konstruiše jednostavne geometrijske oblike.

Kombinuje svojstva figura u ravni pri rješavanju problemskih zadataka.

KLJUČNI SADRŽAJI

Osnovni geometrijski pojmovi: tačka, prava, ravan; Poluprava, duž, mnogougona linija; Ugao. Mjerenje uglova; Trougao; Osnovne geometrijske konstrukcije (simetrala duži i ugla, težišnica i težište, centar upisane i opisane kružnice trougla,...); Četverougao (paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid). Kružnica i krug; Obim i površina trouglova, četverouglova i kruga.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena zakona geometrije u zadacima); Informatika (npr. naredbe za crtanje linija i mnogouglova, naredbe za modifikovanje objekata u AutoCAD-u, programiranje u C++); Projektovanje (npr. površine likova u ravni); Građevinske konstrukcije (npr. mjerenje i pretvaranje mjernih jedinica); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta); Tehnički predmeti (npr. perspektiva, etape rješavanja problema, konstrukcije objekata); Tehničko crtanje (npr. korištenje geometrijskih osobina, tvrdnji, teorema za konstrukcije na papiru ili koristeći software).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja. Učenik će biti osposobljen da geometrijske odnose i svojstva primijeni prilikom rješavanja problemskih situacija u fizici, geodeziji, umjetnosti i stvarnom životu.

B: Algebra

B.1.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Određuje vrijednosti trigonometrijskih funkcija u pravouglom trouglu.

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike linearnih funkcija i funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti.

Analizira funkciju i opisuje osobine date funkcije iz njenog grafičkog prikaza.

Primjenjuje direktnu i obrnutu proporcionalnost, procentni račun, osobine funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u realnim problemskim situacijama.

KLJUČNI SADRŽAJI

Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglom trouglu ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$); Pravougli koordinatni sistem u ravni; Funkcija direktne proporcionalnosti $y=kx$ (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija $y=kx+n$ (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti $y=k/x$, ($k \neq 0$) (tok i grafik); Proporcionalne veličine; Procentni račun; (Promilni račun, račun smjese, račun diobe - po potrebi struke).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Trigonometrijske funkcije pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglo trouglu. Koristiti trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih u pravouglo trouglu. Ponavljaju se i proširuju znanja o funkcijama direktne i obrnute proporcionalnosti, te linearne nehomogene funkcije. Prilikom ispitivanja svojstava funkcija učenik se treba služiti zaključivanjem koje se temelji na osnovama matematičke logike. Direktnu i obrnutu proporcionalnost uvesti ponavljanjem onog što su učili u osnovnoj školi koristeći što konkretnije primjere, te ukazati na vezu sa funkcijama direktne i obrnute proporcionalnosti.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ dijagrami, uspon ili nagib ulice, primjena vektora u zadacima, slaganje i razlaganje sila, strma ravan, fazorski dijagram, termodinamički izo-procesi); Informatika (npr. kompjuterske simulacije izometrijskih preslikavanja u ravni, Excel funkcije i grafici); Hemija (npr. topljenje leda, maseni udio, relativna atomska masa); Tehnička mehanika (statika i dinamika); Nacrtna geometrija (koordinatni sistem u ravni i prostoru).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i "čitanje" grafika i svojstava funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima. Trigonometriju pravouglog trougla učenik će istražiti u različitim disciplinama kao što su astronomija, fizika, građevina i arhitektura.

B: Algebra

B.1.3

Odabire i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje linearnih jednačina, nejednačina, sistema linearnih jednačina i nejednačina i problema.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina i sistema linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom.

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina na problemske situacije.

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; metoda supstitucije, Gausova metoda, metoda determinanti, grafička metoda;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja ponoviti na jednostavnijim primjerima, pa preći na složenije. Linearne jednačine primjenjivati u problemima iz svakodnevnog života, kao i na proporcije i procentni račun. Sve različite načine rješavanja sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Po mogućnosti uraditi primjere sistema od tri linearne jednačine sa tri nepoznate.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina na računski dio zadatka, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. miješanje hemijskih elemenata, primjena procentnog računa); Informatika (npr. grafički prikazi); Ekonomska grupa predmeta (npr. jednačine, omjeri i procenti); Beton i armirani beton (rješavanje jednačina); Statika i otpornost materijala (rješavanje jednačina).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto. Samostalnim i timskim radom razvijati metakognitivne kompetencije, kao i međusobno poštovanje, poštovanje privatnosti i prepoznavanje pouzdanosti i valjanosti prikupljenih informacija. Korištenjem softverskog paketa Geogebra razvija se digitalna pismenost kao i IKT vještine.

D: Podaci i vjerovatnoća

D.I.1

Analizira podatke iz različitih izvora i predstavlja ih u različitim formama.

Analizira rezultate istraživanja.

Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema.

Primjenjuje statističke metode u problemskim situacijama kada je to moguće.

KLJUČNI SADRŽAJI

Prikupljanje podataka. Izvori podataka. Razdvajanje i organizacija podataka. Grafičke metode prikazivanja podataka. Obrada i analiza podataka i rezultata istraživanja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sadržaje analitičke geometrije u ravni potrebno je realizirati postupno, polazeći od koordinatnog sistema, odnosa između tačaka i njihovih koordinata, prema složenijim geometrijskim objektima i njihovom algebarskom predstavljanju. Učenike treba usmjeravati na povezivanje geometrijskih svojstava s odgovarajućim formulama, jednačinama i grafičkim prikazima. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti različitim oblicima jednačine prave, njihovom međusobnom prevođenju i interpretaciji položaja pravih u

ravni. Obradu krivih drugog reda preporučuje se zasnivati na istraživanju njihovih karakterističnih svojstava, grafičkom predstavljanju i analizi međusobnog odnosa prave i krive, uključujući dodir i tangentu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline moguće je korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. predstavljanje zavisnosti između fizičkih veličina u koordinatnom sistemu, putanje tijela i primjena parabole pri opisivanju kretanja); Informatika (npr. korištenje digitalnih alata i programa za crtanje, modeliranje i analizu pravih i krivih drugog reda); Tehničko obrazovanje i stručni predmeti (npr. primjena analitičke geometrije u projektovanju, konstrukcijama i tehničkom crtanju).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost analitičkog i logičkog zaključivanja kroz uočavanje zakonitosti i odnosa između algebarskog i geometrijskog predstavljanja. Rješavanjem problemskih i istraživačkih zadataka razvija kreativnost, preciznost, upornost i sposobnost izbora odgovarajuće strategije rješavanja. Korištenjem interaktivnih i digitalnih sadržaja učenik vizualizira geometrijske odnose, provjerava pretpostavke i interpretira dobijene rezultate. Razvija matematičku, digitalnu i kompetenciju rješavanja problema te sposobnost primjene usvojenih znanja u različitim predmetnim i realnim situacijama. Učenik razvija svijest o značaju preciznog definisanja pojmova, argumentovanog zaključivanja i zasnivanja matematičkih tvrdnji na jasnim pravilima i zakonitostima.

Srednje II.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11

B: Algebra

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Formuliše operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima.

Primjenjuje operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima.

Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom.

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem); Stepeni sa cijelim eksponentom; Operacije sa stepenima jednakih baza ili jednakih eksponenata; Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepeni sa racionalnim eksponentom. Pojam logaritma. Vrijednost logaritamskog izraza. Pravila logaritmovanja. Prirodni i dekadski logaritmi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata. Primjenjivati pravila za logaritmovanje. Izračunavati vrijednosti logaritamskih izraza i prelaziti iz logaritamskog u eksponencijalni oblik i obratno. Objasniti značaj i primjenu broja e . Posebno mjesto trebali bi zauzeti i zadaci iz praktične primjene logaritamskog računa.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. aritmetičke operacije i funkcije za računanje u programiranju (sqrt, pow i sl.)); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gravitaciona sila, Kulonova sila, određivanje impedance, predstavljanje velikih i malih veličina); Hemija (npr. primjena stepena i korijena u zadacima); Ekonomska grupa predmeta (npr. kamatni račun).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim nastavnim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

B: Algebra

B.II.2

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema.

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva.

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni.

Kombinuje računske operacije sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku.

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano-kompleksni brojevi; Modul (apsolutna vrijednost) kompleksnog broja; Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za uvođenje kompleksnih brojeva (jednačina $x^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva formirati uz ponavljanje principa permanencije (skup kompleksnih brojeva se ne može urediti u odnosu na relaciju „biti veće“ ili „biti manje“). Do automatizma usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku i stepene imaginarne jedinice. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računske operacije. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnih brojeva. Usvojiti vezu između tačaka u ravni i kompleksnih brojeva (kompleksna ili Gausova ravan).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. fraktalna geometrija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. kola naizmjenične struje); Biologija (npr. krvotok, oblik krošnje stabla).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o odredjenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevnih područja. Traži odgovore na pitanja: Šta ću naučiti? i Za šta mi to treba? Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te problemima teorije brojeva. Razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

B: Algebra

B.II.3

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i grafika.

Analizira svojstva kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije.

Prikazuje grafički kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.

Upoređuje grafike funkcija (kvadratna, eksponencijalna i logaritamska).

Primjenjuje kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije u problemskim zadacima.

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratna funkcija $y=ax^2+bx+c$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Eksponencijalna funkcija $y=a^x$, $a>0$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote); Logaritamska funkcija $y=\log_a b$, $0 < a \neq 1$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije. Usvojiti osobine eksponencijalne funkcije i znati ih pročitati sa datog grafika. Upoznati se sa primjenama eksponencijalnih funkcija (npr. slučaj korona virusa). Pri uvođenju pojma logaritamske funkcije ukazati na vezu sa grafikom eksponencijalne funkcije. Usvojiti osobine logaritamske funkcije i znati nacrtati njen grafik.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, kosi hitac, punjenje i pražnjenje kondenzatora, LC oscilator, zakoni zračenja, vrijeme poluraspada, jačina zvuka i nivo buke; kola naizmjenične struje); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih desetorostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija/Zemljopis (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkom kontekstu i stvarnom životu. Učenik stiče sposobnost modelovanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja. Također stiče vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupi. Prigodnim animacijama učenik asocijativnim putem nove informacije pohranjuje u dugoročno pamćenje - mnemotehnike. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

B: Algebra

B.II.4

Prilagođava postupke za rješavanje jednačina i

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina i nejednačina.

nejednačina, te diskutuje o njihovim rješenjima.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina.

Diskutuje rješenja jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće.

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Eksponencijalne jednačine (oblika $af(x)=ag(x)$) i nejednačine (oblika $af(x)<ag(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Logaritamske jednačine (oblika $\log_a f(x)=\log_b g(x)$) i nejednačine (oblika $\log_a f(x)<\log_b g(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Primjenjivati kvadratne jednačine u drugim predmetima i u jednostavnim problemskim zadacima. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod logaritamskih jednačina i nejednačina i ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. grafički prikaz podataka); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. prigušene oscilacije, problemi kretanja, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvijanje samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Vizualizacijom, upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Učenici trebaju da koriste razne IKT alate u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Pri tome prepoznaju rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupaju.

B: Algebra

B.II.5

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u trigonometriji.

Analizira svojstva trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.

Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije.

Transformiše trigonometrijske izraze.

B.II.6

Prikazuje matematičke situacije i strukture

Crta grafike trigonometrijskih funkcija.

pomoću grafika, te generalizuje na osnovu njih

Zaključuje o svojstvima i promjenama grafika složenih trigonometrijskih funkcija na temelju amplitude, perioda, početne faze.

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao; Radijan; Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici; Odnosi stranica pravouglog trougla; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° ; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba digitrona ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost i parnost trigonometrijskih funkcija; Svođenje na prvi kvadrant. Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$; Ispitivanje i grafičko predstavljanje trigonometrijskih funkcija: $y=asin(bx+c)+d$, $y=acos(bx+c)+d$, pomoću karakterističnih tačaka.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ponoviti pojam radijana. Definirati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštrog ugla na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost, parnost i znak trigonometrijskih funkcija), te njihovoj primjeni na svođenje trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. određivanje trenutka kada se avion mora početi spuštati prema aerodromu, kolo naizmjenične struje, osvijetljenost, difrakcija i refrakcija svjetlosti, polarizacija svjetlosti, RLC oscilator); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta, Eratostenov eksperiment); Statika i otpornost materijala.

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoefikasnost. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

D: Podaci i vjerovatnoća

D.II.1

Interpretira, diskutuje i tumači podatke i rezultate istraživanja.

Upoređuje podatke prikazane na različite načine.

Određuje mjere srednje vrijednosti i mjere raspršenosti niza numeričkih podataka.

KLJUČNI SADRŽAJI

Obrada i analiza podataka i rezultata istraživanja. Aritmetička sredina, medijan, mod, kvartili, percentile.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice.

Obratiti pažnju na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu i struci.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. proučavanje i analiza raznih pojava unutar eksperimenta); Biologija (npr. analiza podataka); Nauka o prehrani (index tjelesne mase); Ekonomska grupa predmeta

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici uviđaju primjenu rada sa podacima u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupaju. Učenici su osvješteni da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Srednje III.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 12

B: Algebra

B.III.1

Argumentuje postupke za rješavanje trigonometrijskih jednačina i nejednačina.

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina.

Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih nejednačina.

Objašnjava rješenja trigonometrijskih nejednačina koristeći trigonometrijsku kružnicu.

KLJUČNI SADRŽAJI

Trigonometrijske jednačine i nejednačine;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Proširiti vještine rješavanja jednačina i nejednačina na trigonometrijske jednačine i nejednačine.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gibanje niz kosinu sa i bez trenja, primjena sinusoide na bečki Reisenrad); Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Geografija (npr. udaljenost ostalih planeta od Zemlje)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Uz pomoć interaktivnih sadržaja učenik vizualizira i donosi zaključke, sintetizira i primjenjuje stečena znanja, rješava konkretne probleme iz matematike i realnog svijeta, razvija kreativnost i znatiželju kroz istraživanja o mogućnostima primjene datog nastavnog gradiva. Učenik pronalazi nove relacije između stranica i uglova trougla i zaključuje o nekim geometrijskim odnosima na novi način. Na temelju ranije usvojenih činjenica učenik predviđa rješenja i smješta ih u odgovarajući okvir. Utvrđuje rješenje problema koristeći implicitne i eksplicitne pokazatelje. Razvija spoznaju da je matematika kao naučna disciplina zasnovana na jasnim definicijama i stavovima.

B: Algebra, C: Geometrija i mjerenja

B.III.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih predstavlja na odgovarajući način.

Predstavlja jednačinu prave u raznim oblicima.

Predstavlja grafički krive drugog reda.

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u ravni.

Analizira međusobni odnos pravih i krivih II reda.

KLJUČNI SADRŽAJI

Koordinatni sistem u ravni, Rastojanje između dvije tačke, Koordinate središta duži, Koordinate težišta trougla, Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. Uslov kolinearnosti tačaka; Jednačine prave u ravni; Uslov paralelnosti i normalnosti pravih; Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku; Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke; Konusni presjeci – krive drugog reda: kružnica, elipsa, hiperbola, parabola (jednačina, uslov dodira prave i krive, jednačina tangente krive u dodirnoj tački); Ugao presjeka između prave i krive drugog reda.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Sadržaje ove tematske cjeline uvesti ilustriranjem pojmova i odnosa koji se uvode u njoj. Crtati što zornije i realnije slike, ali naglašavati da crtež ne može biti dokaz, već da nam služi kako bismo došli do odgovarajuće ideje kako riješiti neki problem. Zbog važnosti vježbati prevođenje jednačine prave iz jednog oblika u drugi, ističući značenja svih sastavnih dijelova nekog oblika. Problemske zadatke sa krivim drugog reda rješavati prvo na crtežu povezujući date podatke sa traženim, a tek onda računski. Prije uvođenja uslova za međusobni odnos prave i krivih drugog reda, doći do zaključka koji su to mogući slučajevi.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena da ne dođe do sudaranja planeta, geometrijska optika); Informatika (npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih drugog reda na osnovu datih uslova), Konstruisanje i crtanje putem računara (npr. konstrukcije obliha tijela); Tehničko crtanje (npr. konstrukcija krivih drugog reda), Nacrtna geometrija (npr. krive drugog reda i koordinatni sistem u ravni i prostoru).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost logičkog i prostornog razmišljanja i predstavljanja datog problema na različite načine. Vizualizacijom uz pomoć različitih softvera (Geogebra, Auto Cad, ...) analizira i izvodi zaključke, te generalizuje. Kombinuje metode i različitim pristupima dolazi do rješenja, te tako razvija kreativnost.

C: Geometrija i mjerenja

C.III.1

Analizira mjerljiva obilježja i svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura (likova i tijela) koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja.

Analizira suštinu problema na osnovu skice ravanskih i prostornih figura.

Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.

Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.

Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života.

KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Rogljasta tijela (prizma i piramida), površine i zapremine; Rotaciona tijela (valjak, kupa, lopta), površine i zapremine;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim slikama/crtežima. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. Arhimedov zakon, gravitaciono polje, Keplerovi zakoni, određivanje centra masa i momenta inercije); Informatika (npr. video prezentacije nastanka krnjih tijela i dijelova lopte); Biologija (npr. Kavalierijev princip i zapremina pluća); Konstruisanje i crtanje putem računara (prizma, lopta kao osnovni elementi i njihove transformacije)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima). Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizualizaciju i analizu. Istraživanje geometrijskih tijela u prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

D: Podaci i vjerovatnoća

D.III.1

Primjenjuje elemente kombinatorike za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa u realnom svijetu.

Rješava probleme koristeći odgovarajuću strategiju iz kombinatorike.

Koristi binomnu formulu i osobine binomnih koeficijenata.

KLJUČNI SADRŽAJI

Permutacije sa i bez ponavljanja; Varijacije sa i bez ponavljanja; Kombinacije sa i bez ponavljanja.

Binomni obrazac. Svojstva binomnih koeficijenata.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Fokus ove tematske cjeline je na upoznavanju elementarnih pojmova kombinatorike. Kombinatorne zadatke kada je god je moguće vezivati za konkretne životne situacije. Povezivati značenje broja varijacija, permutacija i kombinacija sa i bez ponavljanja sa realnim primjerima. Povezati ovu tematsku cjelinu sa primjerima iz drugih nauka (genetike, fizike, geografije...).

Demonstrirati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Nakon uvedenog pravila o izračunavanju binomnih koeficijenata ukazati na njihove osobine, te ih koristiti u zadacima radi lakšeg računanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Stručni predmeti (npr. komunikacijske mreže); Hemija (npr. generisanje kombinacija baza i hemijskih spojeva); Biologija (npr. izračunavanje određenih pojava, inteligentna analiza ljudskog lica); Psihologija (npr. kombinatorni problemi).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Sposobnost donošenja odluke na koji način riješiti zadani problem u vidu matematičkog zadatka je izražena u ovoj tematskoj cjelini. Uvažavanjem različitih načina rješenja zadataka, na osnovu poznatih jednostavnijih primjera kod učenika se razvija kreativnost. Učenici razvijaju sposobnost postavljanja pitanja, traganja za odgovorima, važnosti provjeravanja u praksi i samostalnog zaključivanja. Učenik stiče sposobnost utvrđivanja karakteristika posmatranih pojava i stvari, istraživanja i otkrivanja nepoznatog, te korištenja znanja i iskustva u novim okolnostima.

D: Podaci i vjerovatnoća

D.III.2

Koristi elemente kombinatorike i vjerovatnoće s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.

Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće.

Povezuje termine vjerovatnoće i kombinatorike.

Argumentuje moguće ishode u okviru datog problema.

KLJUČNI SADRŽAJI

Događaji. Operacije s događajima; Vjerovatnoća (klasična, uslovna, totalna);

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoću kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz svih nastavnih predmeta u kojima su mogući eksperimenti kroz proučavanje i analizu raznih pojava i uslova unutar eksperimenta.

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu vjerovatnoće u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u vjerovatnoći i statistici jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupa. Učenici su osvještani da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Srednje IV.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 13

B: Algebra

B.IV.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu kroz nizove i redove realnih brojeva.

Tumači odnose između članova aritmetičkog i geometrijskog niza.

Primjenjuje znanja o aritmetičkim i geometrijskim nizovima u rješavanju problemskih zadataka.

Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka.

Primjenjuje osobine granične vrijednosti niza u konkretnim zadacima.

KLJUČNI SADRŽAJI

Brojevni niz; Aritmetički niz. Geometrijski niz; Granična vrijednost niza. Računanje s graničnim vrijednostima niza; Konvergencija monotonih nizova; Broj e ; Redovi. Beskonačan red; Geometrijski red.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Pojam niza uvesti preko primjera nizova iz svakodnevnog života, sa posebnim osvrtom na aritmetičke i geometrijske nizove. Na primjer: Razumijevanje ponašanja aritmetičkog i geometrijskog niza nužno za razumijevanje procesa ukamaćivanja, kao i pojmova sadašnje i buduće vrijednosti novca. Navoditi primjere konvergentnih i nekonvergentnih nizova. Geometrijski ilustrovati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje limesa niza ukazujući na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog (po volji velikog) intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. niz sa opštim članom $1/n$). Ukazati na razlike između pojmova niza i reda. Ukazati na mogućnost primjene nizova i redova, s posebnim naglaskom na primjenu beskonačnog geometrijskog reda (veza između decimalnih brojeva i razlomaka kao i primjena u geometriji).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika (npr. primjena prirodnog logaritma – fizikalna svojstva, npr. kristala, mogu se posmatrati korištenjem svojstva geometrijskog niza.); Biologija (npr. rast/opadanje populacije biljaka ili životinja se može opisati pomoću geometrijskog niza, u genetici, pri opisivanju stabla pomoću grafa (kada svaki naredni red povećava broj grana dva puta), zakoni naslijeđa i mehanizmi izražavanja genotipa); Geografija/Zamljopis (npr. prirodni priraštajmetod triangularizacije koja se bazira na primjeni geometrije i geometrijskog niza pri određivanju položaja); Informatika (npr. grafički prikaz konvergentnog i divergentnog niza, procjenu vremena potrebnog za izvršenje programa)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici se osposobljavaju da modeliraju situacije iz stvarnog života. Kroz programe dinamičke geometrije sintetiziraju znanja iz različitih matematičkih oblasti. Pristup temeljen na otkrivanju i istraživanju poboljšava matematičko razumijevanje učenika što rezultira matematičkim znanjima

koja postaju funkcionalna u različitim kontekstima. Podsticati razvoj matematičke i naučne znatiželje i kreativnosti i učeničkog potencijala za kritičko razmišljanje i analizu.

B: Algebra

B.IV.2

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u okviru realnih funkcija i generalizuje ih.

Koristi grafički prikaz funkcije za analizu njenih osobina.

Ispituje svojstva realne funkcije jedne realne promjenljive.

Crta grafik funkcije na osnovu ispitanih svojstava funkcije.

Određuje granične vrijednosti funkcije u konkretnim zadacima.

KLJUČNI SADRŽAJI

Realne funkcije jedne realne promjenljive (pojam, oblast definisanosti-domen, nule, grafik, opće osobine: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost); Pregled elementarnih funkcija (analiza grafika i pčitavanje osobina); Granična vrijednost (limes) funkcije; Računanje limesa; Nепrekidnost funkcije; Osobine nепrekidnih funkcija; Asimptote.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Precizno definisati pojam funkcije. Upoznati detaljnije elementarne funkcije (svojstva i grafik). Po mogućnosti koristiti Geogebra ili neke druge alate, te omogućiti učenicima da analiziraju grafike datih funkcija i izvedu zaključke o njihovim osobinama na osnovu grafika. Dati geometrijsku interpretaciju granične vrijednosti funkcije i njene nепrekidnosti, uz što više odgovarajućih primjera. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcija i asimptota.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika (npr. zavisnost gustoće čiste tvari o temperaturi); Hemija (npr. molarni toplinski kapacitet dvoatomskog idealnog plina konstantne zapremine); Sociologija (npr. procjena graničnog ponašanja); Informatika (npr. prikaz podataka pomoću softvera npr. GeoGebra)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Na osnovu stečenog znanja treba da tragaju za rješenjima, opisuju karakteristike posmatranih funkcija. Dobijene rezultate učenici treba kritički da vrednuju i formulišu zaključke uz korištenje alata dinamičke geometrije. Pomoću funkcija učenici će modelirati probleme iz matematike, fizike i stvarnog života. Učenici uče otkrivanjem koje se odvija radom u grupama ili u paru. Dijalog i diskusija učenika podstiče društvenost i doprinosi razvoju razumijevanja. Učenici izražavaju svoja mišljenja, hipoteze i zaključke kroz slobodan saradnički proces, što doprinosi podizanju njihovog samopouzdanja.

B: Algebra

B.IV.3

Primjenjuje metode deriviranja i diferenciranja.

Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje toka i crtanje grafika funkcija.

Primjenjuje matematički model derivacije i operaciju deriviranja.

KLJUČNI SADRŽAJI

Izvodi (derivacije); Pravila deriviranja; Izvod zbira, razlike, proizvoda i količnika; Primjena tabličnih izvoda; Derivacije višeg reda; Ispitivanje toka i crtanje grafika funkcije;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Upoznati pojam izvoda i njegovu geometrijsku i mehaničku interpretaciju, računati izvode i primjenjivati ih u ispitivanju funkcije. Bar jedan tablični izvod izračunati po definiciji. Dokazati bar jedno od pravila za zbir, razliku, proizvod ili količnik izvoda, a ostala demonstrirati kroz primjere.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika (npr. brzina, rad sile, kinetička energija, pritisak tečnosti, put pri mjerenju brzine); Biologija (npr. brzina rasta populacije u nekom trenutku); Hemija (npr. hemijske reakcije, hemijska kinetika)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija novo matematičko znanje rješavanjem problema i modeliranjem situacija. Planira rješavanje problema odabirom matematičkih pojmova i postupaka. Obrazlaže odabir matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost dobivenog rezultata. Osobine izvoda i integrala kao i rezultate koji se dobiju primjenom tehnologije učenici će kritički vrednovati. Izražava ideje i rezultate govornim i matematičkim jezikom.

Srednje obrazovanje

Tehničke škole, dvije godine učenja

Srednje I

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.I.1

Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema.

Upoređuje skupove $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ i $\mathbb{R}$ i njihovu međusobnu povezanost.

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja prilikom rješavanja problema.

MTP-1.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

4. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija

5. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Bosanski jezik (Morfologija i vrste riječi), Informatika (Funkcije u EXCEL-u), Privredna matematika (privredni računi), Knjigovodstvo (knjiženje poslovnih promjena po vrijednosti), Fizika i srodni stručni predmeti (smjer i intenzitet vektorskih veličina), Hemija (npr. primjena u proračunima); Tehnički predmeti (predmjeri i proračuni radova na izradi objekta, toplotna provodljivost), Nauka o prehrani (izračunavanje energetske vrijednost namirnica)

6. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvoj usmene i pisane komunikacije bi došao do izražaja povezivanjem algebarskog zapisa apsolutne vrijednosti broja sa udaljenošću na brojevnoj pravoj. Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje-prirodi, svemiru, ljudskom biću, da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima. Kod učenika razvijati sposobnost diskusije, iznošenja stava na temelju argumenta.

B Algebra

B.I.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom.

Transformiše cijele i razlomljene brojeve izraze.

Transformiše cijele i razlomljene algebarske izraze.

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojevi izrazi; Naučni (eksponencijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

4. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Uočiti analogiju u postupcima dijeljenja brojeva i dijeljenja polinoma. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizirati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$). Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove primjene u fizici i hemiji.

5. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. mase elementarnih čestica, neke fizikalne konstante, naučni zapis, predstavljanje velikih i malih veličina, prefiksi mjernih jedinica); Informatika (npr. kompjuterske simulacije transformacija algebarskih izraza, pretvaranje brojeva iz jednog u drugi brojevni sistem); Hemija (npr. primjena u proračunima, zakon idealnog gasa, izo procesi)

6. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Pravila i osobine računanja pomoću interaktivnih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvije svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktorizaciju polinoma. Učenici povezuju faktorizaciju sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktorizacije obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.I.1

Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima.

Analizira odnose između elementarnih geometrijskih pojmova.

Primjenjuje teoreme o podudarnosti trouglova.

Kombinuje svojstva figura u ravni pri rješavanju problemskih zadataka.

KLJUČNI SADRŽAJI

Poluprava, duž, mnogougona linija, poluravan, poluprostor; Ugao. Mjerenje uglova; Uglovi uz transversalu; Uglovi sa paralelnim i okomitim kracima; Trougao; Mnogougao; Podudarnost; Kružnica i krug; Značajne tačke, duži i prave trougla; Četverougao (paralelogram, pravougao, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid). Obim i površina trouglova, četverouglova i kruga.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova i simboliku zapisivanja. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena zakona geometrije u zadacima); Informatika (npr. naredbe za crtanje linija i mnogouglova, naredbe za modifikovanje objekata u AutoCAD-u, programiranje u C++); Projektovanje (npr. površine likova u ravni); Građevinske konstrukcije (npr. mjerenje i pretvaranje mjernih jedinica); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta); Tehnički predmeti (npr. perspektiva, etape rješavanja problema, konstrukcije objekata); Tehničko crtanje (npr. korištenje geometrijskih osobina, tvrdnji, teorema za konstrukcije na papiru ili koristeći software).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja. Učenik će biti osposobljen da geometrijske odnose i svojstva primijeni prilikom rješavanja problemskih situacija u fizici, geodeziji, umjetnosti i stvarnom životu.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.1.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih zapisa, grafika i dijagrama, te generalizuje na osnovu njih.

Izvodi operacije s vektorima.

Određuje vrijednosti trigonometrijskih funkcija u pravouglo trouglu.

Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva usmeno, grafički, računski.

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike linearnih funkcija i funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti.

Primjenjuje osobine funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama.

Primjenjuje direktnu i obrnutu proporcionalnost u realnim problemskim situacijama.

KLJUČNI SADRŽAJI

Vektori u ravni. Operacije s vektorima; Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Funkcije (preslikavanja). Definiciono područje. Funkcija direktne proporcionalnosti $y = kx$ (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija $y = kx + n$ (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti $y = k/x$, ($k \neq 0$) (tok i grafik); Proporcionalne veličine. Procentni račun, promilni račun, račun smjese, račun diobe (po potrebi struke). Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglo trouglu ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Demonstrirati primjere operacija sa vektorima. Ponavljaju se i proširuju znanja o funkcijama. Kod učenika razviti svijest o važnosti definicije funkcije i drugih temeljnih pojmova vezanih za nju. Prilikom ispitivanja svojstava funkcija učenik se treba služiti zaključivanjem koje se temelji na osnovama matematičke logike. Direktnu i obrnutu proporcionalnost uvesti ponavljanjem onog što su učili u osnovnoj školi. Koristiti što „bliže“ primjere učenicima. Nakon toga uvesti grafike za funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti, te linearne nehomogene funkcije, ispitujući njihov tok. Trigonometrijske funkcije također pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravougloj trouglu. Koristiti trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih u pravougloj trouglu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ dijagrami, uspon ili nagib ulice, primjena vektora u zadacima, slaganje i razlaganje sila, strma ravan, fazorski dijagram, termodinamički izo-procesi); Informatika (npr. kompjuterske simulacije izometrijskih preslikavanja u ravni, Excel funkcije i grafici); Hemija (npr. topljenje leda, maseni udio, relativna atomska masa, miješanje hemijskih elemenata, primjena procentnog računa); Tehnička mehanika (statika i dinamika).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i “čitanje” grafika i svojstava funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima. Trigonometriju pravouglog trougla učenik će istražiti u različitim disciplinama kao što su astronomija, fizika, građevina i arhitektura.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, C Geometrija i mjerenja

A.1.1

Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina i sistema linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom.

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina na problemske situacije.

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate: metoda supstitucije, Gausova metoda, metoda determinanti, grafička metoda.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

4. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja ponoviti na jednostavnijim primjerima, pa preći na složenije. Linearne jednačine primjenjivati u problemima iz svakodnevnog života. Sve različite načine rješavanja sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu.

5. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina na računski dio zadatka, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Informatika (npr. grafički prikazi); Ekonomska grupa predmeta (npr. jednačine, omjeri i procenti); Beton i armirani beton (rješavanje jednačina); Statika i otpornost materijala (rješavanje jednačina).

6. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto. Samostalnim i timskim radom razvijati metakognitivne kompetencije, kao i međusobno poštovanje, poštovanje privatnosti i prepoznavanje pouzdanosti i valjanosti prikupljenih informacija. Korištenjem softverskog paketa Geogebra razvija se digitalna pismenost kao i IKT vještine.

D Podaci i vjerovatnoća

D.I.1

Formuliše problem i prikuplja podatke

Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama.

Klasifikuje podatke.

Povezuje podatke.

MTP-4.1.1

D.I.2

Analizira podatke iz različitih izvora i predstavlja ih u različitim formama

Analizira rezultate istraživanja.

Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema.

Primjenjuje statističke metode u problemskim situacijama kada je to moguće.

KLJUČNI SADRŽAJI

Prikupljanje podataka. Izvori podataka Razdvajanje i organizacija podataka. Grafičke metode prikazivanja podataka. Obrada i analiza podataka i rezultata istraživanja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Poželjno je u uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju), a zatim njihovu analizu, obradu, te prikaz u pogodnom obliku. Posebnu pažnju obratiti na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti

odgovarajuće statističke termine. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu i struci.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. proučavanje i analiza raznih pojava unutar eksperimenta); Biologija (npr. analiza podataka); Nauka o prehrani (index tjelesne mase); Ekonomska grupa predmeta

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu rada sa podacima u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Saradničkim radom u timovima ostvaruju se principi uvažavanja različitih mišljenja i ideja, umijeće planiranja i donošenje odluka. Učenik podstiče svoju odgovornost za vlastiti uspjeh i napredovanje, opravdava ideje za pronalazjenje rješenja. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u radu s podacima jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupa. Učenici su osvještani da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Srednje II.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.

Formuliše operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima.

Primjenjuje operacije sa stepenima, korijenima i logaritmima.

KLJUČNI SADRŽAJI

Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepni sa racionalnim eksponentom. Pojam logaritma. Vrijednost logaritamskog izraza. Pravila logaritmovanja. Prirodni i dekadski logaritmi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

4. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila korjenovanja logaritmovanja. Nakon toga pristupiti rješavanju složenijih zadataka iz ove oblasti. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Navesti i primjeniti pravila stepenovanja sa racionalnim eksponentom. Primjenjivati pravila za logaritmovanje. Izračunavati vrijednosti logaritamskih izraza i prelaziti iz logaritamskog u eksponencijalni oblik i obratno. Objasniti značaj i primjenu broja e . Posebno mjesto trebali bi zauzeti i zadaci iz praktične primjene logaritamskog računa.

5. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. aritmetičke operacije i funkcije za računanje u programiranju ($\sqrt{x}$, x^y i sl.)); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gravitaciona sila, Kulonova sila, određivanje impedance, predstavljanje velikih i malih veličina); Hemija (npr. primjena stepena i korijena u zadacima); Ekonomska grupa predmeta (npr. kamatni račun).

6. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim nastavnim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema.

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva.

Koristi algebarski zapis kompleksnog broja.

Kombinuje računske operacije sa kompleksnim brojevima.

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano- kompleksni brojevi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

4. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za uvođenje kompleksnih brojeva (jednačina $x^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva formirati uz ponavljanje principa permanencije (skup kompleksnih brojeva se ne može urediti u odnosu na relaciju „biti veće“ ili „biti manje“). Do automatizma usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku i stepene imaginarne jedinice. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računske operacije.

5. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. fraktalna geometrija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. kola naizmjenične struje); Biologija (npr. krvotok, oblik krošnje stabla).

6. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o odredjenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevnih područja. Traži odgovore na pitanja: Šta ću naučiti? i Za šta mi to treba? Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te problemima teorije brojeva. Razviti analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.II.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika i dijagrama.

Analizira svojstva kvadratnih, eksponencijalnih i logaritamskih funkcija.

Primjenjuje kvadratne, eksponencijalne i logaritamske funkcije u problemskim zadacima.

Prikazuje grafički kvadratnu, eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.

B.II.2

Obrađuje podatke iz različitih izvora te ih predstavlja u različitim formama u matematici i realnom svijetu.

Predstavlja podatke tabelom i grafikom u kontekstu izabranog problema.

Upoređuje grafike funkcija (kvadratna, eksponencijalna i logaritamska).

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratna funkcija $y = ax^2 + bx + c$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Eksponencijalna funkcija $y = a^x$, $a > 0$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote); Logaritamska funkcija $y = \log_a b$, $0 < a \neq 1$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

2. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije. Koristiti se translacijom za vektor položaja tjemena parabole (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije. Usvojiti osobine eksponencijalne funkcije i znati ih pročitati sa datog grafika. Upoznati se sa primjenama eksponencijalnih funkcija (npr. slučaj korona virusa). Pri uvođenju pojma logaritamske funkcije, dati njenu poveznicu sa pojmom inverzne funkcije i njenim grafikom, radi uočavanja njenih osobina i veze sa grafikom eksponencijalne funkcije. Usvojiti osobine logaritamske funkcije i znati nacrtati njen grafik.

3. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, kosi hitac, punjenje i pražnjenje kondenzatora, LC oscilator, zakoni zračenja, vrijeme poluraspada, jačina zvuka i nivo buke; kola naizmjenične struje); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih desetorostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja).

4. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkom kontekstu i stvarnom životu. Učenik stiče sposobnost modelovanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja. Također će sticati vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupiti. Prigodnim animacijama učenik asocijativnim putem nove informacije pohranjuje u dugoročno pamćenje - mnemotehnike. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Prilagođava postupke za rješavanje jednačina i nejednačina, te diskutuje o njihovim rješenjima.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina i nejednačina.

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina.

Diskutuje rješenja jednačina i nejednačina.

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Eksponencijalne jednačine (oblika $af(x)=ag(x)$) i nejednačine (oblika $af(x)<ag(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Logaritamske jednačine (oblika $\log_a f(x)=\log_a g(x)$) i nejednačine (oblika $\log_a f(x)<\log_a g(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena;

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Usvojiti Vietove formule i primjenjivati ih. Primjenjivati kvadratne jednačine u drugim nastavnim predmetima i u jednostavnim problemskim zadacima. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Rješavanje sistema jednačina sa dvije nepoznate interpretirati grafički (uz korištenje odgovarajućeg interaktivnog sadržaja). Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod logaritamskih jednačina i nejednačina; ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. grafički prikaz podataka); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. prigušene oscilacije, problemi kretanja, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvijanje samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Vizualizacijom, upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Učenici trebaju da koriste razne IKT alate u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Pri tome prepoznaju rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupaju.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u trigonometriji.

Analizira svojstva trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.

Objašnjava vezu između trigonometrijskih funkcija.

Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije.

Transformiše trigonometrijske izraze.

B.II.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te generalizuje na osnovu njih.

Crta grafike trigonometrijskih funkcija.

Zaključuje o svojstvima i promjenama grafika složenih trigonometrijskih funkcija na temelju amplitude, perioda, početne faze.

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao. Radian; Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija u trigonometrijskoj kružnici; Odnosi stranica pravouglog trougla; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° ; Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba digitrona ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost trigonometrijskih funkcija; Trigonometrijske funkcije negativnog argumenta; Parne i neparne trigonometrijske funkcije; Svođenje na prvi kvadrant. Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$; Ispitivanje i grafičko predstavljanje trigonometrijskih funkcija: $y = a \sin(bx+c)+d$, $y = a \cos(bx+c)+d$, pomoću karakterističnih tačaka (obraditi u skladu sa potrebama struke).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Definisati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštih uglova na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost trigonometrijskih funkcija, trigonometrijske funkcije negativnog argumenta), te njihovoj primjeni na svođenje trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. određivanje trenutka kada se avion mora početi spuštati prema aerodromu, kolo naizmjenične struje, osvjetljenje, difrakcija i refrakcija svjetlosti, polarizacija svjetlosti, RLC oscilator); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta, Eratostenov eksperiment); Statika i otpornost materijala.

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Povećava spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

D Podaci i vjerovatnoća

D.II.1

Interpretira, diskutuje i tumači podatke i rezultate istraživanja.

Upoređuje podatke prikazane na različite načine.

Razlikuje reprezentativni uzorak, slučajni uzorak i populaciju.

Određuje srednje vrijednosti (aritmetička sredina, medijan, mod, kvartili, percentili) i mjere raspršenosti niza numeričkih podataka.

KLJUČNI SADRŽAJI

Obrada i analiza podataka i rezultata istraživanja. Aritmetička sredina, medijan, mod, kvartili, percentile.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA UČENJA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Obratiti pažnju na pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu i struci.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih nastavnih predmeta: Hemija (npr. evidentiranje podataka određenog eksperimenta i obrada istih odgovarajućim statističkim metodama); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. proučavanje i analiza raznih pojava unutar eksperimenta); Biologija (npr. analiza podataka); Nauka o prehrani (index tjelesne mase); Ekonomska grupa predmeta

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija vještine samostalnog procjenjivanja, vrednovanja, učenja iz grešaka i pokušaja, te zauzimanja stava prema njima, koji vodi ka kreativnosti i inspiraciji. Učenici uviđaju primjenu rada sa podacima u njihovom okruženju kao što su škola, porodica, sportske aktivnosti, vremenska prognoza. Saradničkim radom u timovima ostvaruju se principi uvažavanja različitih mišljenja i ideja, umijeće planiranja i donošenje odluka. Učenik podstiče svoju odgovornost za vlastiti uspjeh i napredovanje, opravdava ideje za pronalazenje rješenja. Potrebno je podsticati intuitivno rasuđivanje u radu s podacima jer je to područje naročito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka koristi tehnologiju i pri tome prepoznaje rizike i opasnosti korištenja IKT, te u odnosu na to odgovorno postupa. Učenici su osvješteni da tumačenja podataka mogu biti pristrasna i da je važno koristiti osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka.

Srednje I.

Godine učenja i podučavanja predmeta: 10

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.I.1

Analizira svojstva i
odnose brojeva u skupu $\mathbb{R}$

Koristi simbole i različite prikaze, svojstva i odnose skupova brojeva $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{R}$

Izvodi računske operacije sa prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima

Kombinuje računske operacije u skupu $\mathbb{R}$

Primjenjuje znanje o pojmu apsolutne vrijednosti realnog broja

MTP-1.1.1 MTP-1.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$; Skup cijelih brojeva $\mathbb{Z}$; Skup racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$; Skup iracionalnih brojeva $\mathbb{I}$; Skup realnih brojeva $\mathbb{R}$; Apsolutna vrijednost realnog broja.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenik bi trebao razumjeti potrebu za proširivanjem skupa prirodnih brojeva sve do skupa realnih uz rješavanje odgovarajućih primjera i poredeći nove veće skupove sa prethodnim u smislu zatvorenosti računskih operacija i ostalih zakonitosti vezanih za primjenu računskih operacija

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Bosanski jezik (Morfologija i vrste riječi), Informatika (Funkcije u EXCEL-u), Privredna matematika (privredni računi), Knjigovodstvo (knjiženje poslovnih promjena po vrijednosti), Fizika i srodni stručni predmeti (smjer i intenzitet vektorskih veličina), Hemija (npr. primjena u proračunima); Tehnički predmeti (predmjeri i proračuni radova na izradi objekta, toplotna provodljivost Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije veza među skupovima brojeva, pretvaranje broja iz dekadnog u binarni brojni sistem, funkcije u Excel-u); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. određuje definiciono područje prilikom rješavanja zadatka, intenzitet i smjer vektora); Historija (npr. život poznatih matematičara); Praktična nastava (npr. mjerenje prostorijske, prozora, potrebe materijala, manji dijelovi opeke, pretvaranje mjernih jedinica, evidencija skladišta, prodaja); Bosanski jezik (npr. morfologija i vrste riječi); Ekonomska grupa predmeta (račun u zadacima).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvoj usmene i pisane komunikacije bi došao do izražaja povezivanjem algebarskog zapisa apsolutne vrijednosti broja sa udaljenošću na brojevnoj pravoj. Kod učenika razviti svijest da brojeve možemo da vidimo u svemu što nas okružuje - prirodi, svemiru, ljudskom biću, da je svaki oblik i proces definisan i opisan brojevima.

B Algebra

B.I.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici

Koristi stepene sa cjelobrojnim eksponentom

Transformiše cijele brojeve izraze

Transformiše cijele i razlomljene algebarske izraze

Zaokružuje i procjenjuje vrijednost rješenja

MTP-2.1.1

Primjenjuje osnovne algebarske identitete

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni (potencije) sa cjelobrojnim eksponentom (izložiocem); Operacije sa stepenima; Cijeli i razlomljeni brojevi izrazi; Naučni (eksponecijalni) zapis broja ($a \times 10^n$, $1 \leq a < 10$, n cijeli broj); Cijeli algebarski izrazi; Polinomi; Operacije sa polinomima; Osnovni algebarski identiteti (kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata); Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore; Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

7. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Stepenovanje sa cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi se sa što manje poteškoća moglo primjenjivati u zadacima. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu $\mathbb{R}$). Ukazati na značaj naučnog zapisa broja zbog njegove primjene u fizici i hemiji.

8. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. mase elementarnih čestica, naučni zapis); Geografija (npr. udaljenost Zemlje od Sunca, starost Zemlje); Informatika (npr. funkcije u Excel-u, brojni sistemi, pretvaranje broja iz binarnog u dekadni brojni sistem); Hemija (npr. primjena u proračunima);

9. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati kompetencije kombinovanja i upoređivanja. Pravila i osobine računanja pomoću interaktivnih primjera vode ka sposobnosti razrade novih složenijih primjera. Učenike treba upućivati na sistematičan i postupan rad. Pretvaranjem decimalnog zapisa realnog broja u naučni zapis kod učenika se razvije svijest o tome da je matematika univerzalna nauka koja ima rasprostranjenu primjenu u drugim naučnim disciplinama. Pri tome dolaze do izražaja kompetencije kao što su korištenje tehnologije, povezivanja različitih znanja i vještina i kritičko razmišljanje. Samostalnim radom i učenjem iz vlastitih grešaka učenici se osposobljavaju da koriste faktORIZACIJU polinoma. Učenici povezuju faktORIZACIJU sa razlaganjem nekog objekta, te ustanove da je cilj faktORIZACIJE obično pojednostavljivanje nečega na njegove polazne elemente.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.I.1

Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.

Analizira odnose između elementarnih geometrijskih pojmova

Konstruiše simetralu ugla, duži, težišnicu i težište, centar upisane i opisane kružnice

Konstruiše jednostavne geometrijske oblike: trougao, četverougao, kružnicu

MTP-3.1.1

Izvodi operacije s vektorima

Primjenjuje izometrijske transformacije

KLJUČNI SADRŽAJI

Poluprava, duž, mnogougona linija, poluravan, poluprostor; Ugao. Mjerenje uglova; Trougao; Mnogougao; Kružnica i krug; Značajne tačke, duži i prave trougla; Četverougao (romboid, paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb, trapez, deltoid, trapezoid); Osnovni konstruktivni zadaci u trouglu, četverouglu i krugu; Površina paralelograma, trougla. Pojam vektora i operacije s vektorima; Izometrijska preslikavanja u ravni (translacija ravni, rotacija ravni, centralna simetrija, osna simetrija).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće. Izometrijska preslikavanja u zadacima koristiti kako bi se uočile neke od osobina posmatranih figura (npr. osna simetričnost), te da se uz pomoć izometrijskih preslikavanja figure mogu dovoditi u razne položaje, a da pri tom osobine poput udaljenosti tačaka ostaju očuvane (invarijantnost).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena podudarnosti u zadacima, vektorske veličine, slaganje i razlaganje sila); Informatika (npr. kompjuterske simulacije geometrijskih konstrukcija i izometrijskih preslikavanja u ravni); Biologija (npr. određivanje starosti određenog drveta); Slobodno crtanje (npr. perspektiva); Estetika (simetrija lica, ljudskog tijela); Tehničko crtanje (npr. korištenje geometrijskih osobina, tvrdnji, teorema za konstrukcije na papiru ili koristeći softvere).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati spoznaju da je matematika kao naučna disciplina aksiomatski zasnovana i jasno strukturirana. Kod učenika razvijati osjećaj za vizualizaciju i analizu koji se podstiču upotrebom programa dinamičke geometrije. Podsticati učenike na istraživanje različitih mogućnosti i kreativno i kritičko promišljanje. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost u iznalaženju konačnog rješenja.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.I.1

Analizira svojstva linearne funkcije i prikazuje je u koordinatnom sistemu

Utvrđuje značenje koeficijenata linearne funkcije $y = kx + n$ i u skladu s tim crta njen grafik

Opisuje osobine date funkcije iz njenog grafičkog prikaza

MTP-2.1.1

B.I.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih zapisa, grafika i dijagrama, te

Primjenjuje proporcije, procentni račun, funkciju direktne i obrnute proporcionalnosti, te osobine linearne funkcije u problemskim situacijama

Crta na osnovu dobijenih podataka grafike funkcija

Projektuje duži i vektore na koordinatne ose

generalizuje na osnovu njih.

MTP-2.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Pravougli koordinatni sistem u ravni; Rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni; Razmjere (omjeri), proporcije i procentni račun; Funkcija direktne proporcionalnosti $y=kx$ (tok i grafik); Linearna nehomogena funkcija $y=kx+n$ (tok i grafik); Funkcija obrnute proporcionalnosti $y=k/x$, ($k \neq 0$) (tok i grafik).

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Razmjere, proporcije, procentni račun, direktnu i obrnutu proporcionalnost uvesti ponavljanjem onog što su učili u osnovnoj školi. Koristiti što „bliže“ primjere učenicima. Nakon toga uvesti grafike za funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti, te linearne nehomogene funkcije, ispitujući njihov tok.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. procjena vremenskog intervala u kojem će trajati cestovno putovanje, uspon ili nagib ulice); Informatika (npr. grafički prikaz funkcija); Hemija (npr. topljenje leda, primjena procentnog računa); Geografija (npr. razmjera na geografskim kartama); Praktična nastava (npr. omjeri prilikom pravljenja smjese, čitanje tlocrta u datom omjeru); Ekonomska grupa predmeta (npr. sniženja, kamate).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Razvijati sposobnost primjene znanja u praksi korištenjem interaktivnih sadržaja. Podsticati istraživanje primjene funkcija u stvarnom životu. Razvijati preciznost, urednost, postupnost, te istrajnost dovođenja do konačnog rješenja. Razviti vizualizaciju, tumačenje i "čitanje" grafika i svojstava funkcija. Osposobljavati učenika da mogu postaviti odnos više omjera i više veličina i primjenjuju procentni račun. Pokazati na primjerima da proporcije koje se manifestuju u prirodi kroz oblike i procese su u skladu sa matematičkim zakonitostima.

B Algebra

B.1.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u trigonometriji

Definiše i primjenjuje trigonometrijske funkcije u pravouglom trouglu

Definiše trigonometrijske funkcije na trigonometrijskoj kružnici

Primjenjuje obrasce iz trigonometrije

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Orijentisani ugao; Radijan; Definicije trigonometrijskih funkcija u pravouglom trouglu ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$); Trigonometrijska kružnica; Definicije trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Trigonometrijske funkcije pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglom trouglu i na trigonometrijskoj kružnici. Koristiti trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih u pravouglom trouglu. Primjenjivati osnovne trigonometrijske identitete.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. slaganje i razlaganje sila, strma ravan, projekcija vektora); Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijske kružnice); Praktična nastava (npr. određivanje dužine roga pod datim uglom); Tehnička mehanika (npr. statika i dinamika).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove pojmove i termine i koriste ih za predstavljanje svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Povećava spremnost korištenja matematičkih zakona pri rješavanju praktičnih problema.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.1.1

Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina.

Koristi različite metode za rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom

Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate

Primjenjuje linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina na problemske situacije

MTP-2.2.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Jednakost, identitet, jednačina; Linearne jednačine sa jednom nepoznatom; Nejednakost i nejednačina; Linearna nejednačina sa jednom nepoznatom; Sistemi od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate; Metode rješavanja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate: metoda supstitucije, Gaussova metoda, metoda determinanti.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Učenicima su već poznati pojmovi jednačina, nejednačina i sistema, pa je potrebno obratiti pažnju na: jednakost/nejednakost i identitet. Postupke rješavanja treba ponoviti na jednostavnijim primjerima, a zatim uvesti i neke nove. Sve različite načine rješavanja sistema demonstrirati na istom primjeru kako bi učenici uočili sličnosti, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na odabranu metodu.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. primjena linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina, transformacija formula i izražavanje jedne veličine iz formula); Hemija (npr. miješanje hemijskih elemenata); Praktična nastava (npr.

korištenje dijelova (otpada) za formiranje cjeline); Ekonomska grupa predmeta (npr. jednačine, omjeri i procenti).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik slijedi pravila i svojstva operacija, kombinuje metode kako bi došao do tačnog rješenja. On planira put rješenja i razmatra analogne probleme. Podsticati istrajnost i učenje na greškama. Osposobiti učenika da jezičku formu problema pretvori u matematičku kao i obrnuto.

Srednje II

Godine učenja i podučavanja predmeta: 11.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici

Formuliše operacije sa stepenima i korijenima

Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima

Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom

MTP-2.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem); Stepeni sa cijelim eksponentom; Operacije sa stepenima jednakih baza ili jednakih eksponenata; Pojam korijena. Pravila korjenovanja. Operacije sa korijenima; Racionalisanje nazivnika; Stepeni sa racionalnim eksponentom.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Ovoj tematskoj cjelini posvetiti posebnu pažnju, uz detaljno i postupno rješavanje odabranih primjera i zadataka za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Nakon ovladavanja operacijama sa stepenima i korijenima, pristupiti rješavanju složenijih zadataka iz ove oblasti. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se svako od novih pravila uvede na najjednostavnijem mogućem primjeru, kako bi učenici uvidjeli primjenu određenog pravila, a da im pažnju ne odvuče neki drugi postupak koji bi se trebao primijeniti u rješavanju zadatka. Postepeno usložnjavati zadatke.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. gravitaciona sila, pretvaranje mjernih jedinica, račun sa stepenima i korijenima); Hemija (npr. primjena stepena i korijena u zadacima).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Ova tematska cjelina razvija analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Razvija se matematičko mišljenje, zaključivanje i preciznost. Kroz praktičnu primjenu u drugim predmetima učenici formiraju pozitivan stav o matematici, vlastitoj mogućnosti da doprinesu društvu, izgrađuju spremnost sticanja znanja iz prirodnih i tehničkih nauka i interes za nauku.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

A.II.1

Analizira svojstva i odnose kompleksnih brojeva, te koristi simbole i različite prikaze

Analizira povezanost realnih i kompleksnih brojeva

Predstavlja kompleksne brojeve algebarski i geometrijski u kompleksnoj ravni

Kombinuje računske operacije sa kompleksnim brojevima

MTP-1.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Skup kompleksnih brojeva; Operacije u skupu kompleksnih brojeva; Konjugovano- kompleksni brojevi; Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Objasniti motiv za uvođenje kompleksnih brojeva (jednačina $x^2+1=0$ nema rješenja u $\mathbb{R}$). Usvojiti pojam i značenje imaginarnog broja i simbola i , te objasniti pojam kompleksnog broja. Do automatizma usvojiti pravila računanja sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku. Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računске operacije. Usvojiti vezu između tačaka u ravni i kompleksnih brojeva (kompleksna ili Gaussova ravan).

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. grafički prikaz operacija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. naizmjenična struja).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik produbljuje i povezuje znanja o određenim pojmovima, otkriva, zaključuje i dovodi u vezu proširivanje brojevnih područja. Traži odgovore na pitanja: Šta ću naučiti? i Za šta mi to treba? Istražuje povezanost primjene kompleksnih brojeva u drugim naukama, te problemima teorije brojeva. Razviti analogiju sa operacijama drugih veličina, dosljedno praćenje pravila, razumijevanje različitih zapisa i njihovo pravilno verbalizovanje. Samostalnim radom, postupnošću, sistematičnošću i učenjem iz vlastitih grešaka učenik razvija razumijevanje operacija s kompleksnim brojevima, njihovim specifičnostima i važnim stavovima, te načinu predstavljanja i interpretiranja u kompleksnoj ravni.

B Algebra, D Podaci i vjerovatnoća

B.II.1

Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola, grafika.

Rješava kvadratne jednačine i nejednačine

Diskutuje rješenja kvadratnih jednačina, nejednačina uz grafički prikaz rješenja

Prikazuje grafički kvadratne funkcije

Analizira svojstva kvadratnih funkcija

Upoređuje grafike linearne, kvadratne i eksponencijalne funkcije

MTP-2.1.2

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Kvadratna funkcija $y=ax^2+bx+c$ (grafik, nule, znak, ekstrem, tok); Rastavljanje na linearne faktore; Grafički prikaz eksponencijalne funkcije.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Demonstrirati crtanje grafika kvadratne funkcije (mogu se koristiti i odgovarajući interaktivni sadržaji). Detaljno analizirati osobine kvadratne funkcije: znak, tok, ekstrem i nule funkcije. Demonstrirati razliku u brzini rasta linearne, kvadratne i eksponencijalne funkcije (npr. $y=2x$, $y=x^2$, $y=2^x$) i povezati sa situacijama iz svakodnevnog života.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom); Fizika (npr. pad tijela sa nepoznate visine, kosi hitac, punjenje i pražnjenje kondenzatora, LC oscilator, zakoni zračenja, vrijeme poluraspada, jačina zvuka i nivo buke; kola naizmjenične struje); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih deseterostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. prikaz podataka tabelarno, grafički i formulom); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. kretanja u gravitacionom polju Zemlje); Hemija (npr. PH otopine, zavisnost koncentracije o broju uzastopnih deseterostrukih razrjeđivanja); Biologija (npr. širenje bakterija i mikroorganizama, kvarenje hrane, životni vijek čovjeka); Geografija (npr. prirodni priraštaj, magnituda iz površinskih valova kod potresa); Psihologija (npr. model ljudskog pamćenja); Praktična nastava (npr. izvođenje zaključaka na osnovu rezultata testiranja i grafičkog prikaza).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik stiče vještine koje mu omogućavaju da primijeni matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija, upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkom kontekstu i stvarnome životu. Učenik stiče sposobnost rješavanja problemskih situacija, istražuje široku primjenu novih znanja. Također će sticati vještine korištenja raznih IKT alata u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Prepoznaće rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupiti.

A Skupovi, brojevi i operacije, B Algebra

A.II.1

Prilagođava postupke za rješavanje jednačina i nejednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena)

Kombinuje metode i tehnike rješavanja iracionalnih jednačina i nejednačina

Kombinuje metode i tehnike rješavanja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina

Pretvara matematičke modele u nove (Vietove formule)

MTP-2.2.1 MTP-2.2.2

A.II.2

Diskutuje o rješenjima jednačina i nejednačina u kontekstu problema, te grafički prikazuje rješenja.

Diskutuje rješenja kvadratnih jednačina, nejednačina i sistema kvadratnih jednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja

Diskutuje rješenja jednačina višeg reda i sistema jednačina (jedna prvog, a druga drugog stepena) u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

Diskutuje rješenja iracionalnih jednačina i nejednačina u zavisnosti od definicionog područja

Diskutuje rješenja eksponencijalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće

MTP-2.2.3

KLJUČNI SADRŽAJI

Kvadratne jednačine (oblika $ax^2+bx+c=0$) i nejednačine (oblika $ax^2+bx+c<0$); Vietove formule; Rastavljanje na linearne faktore; Bikvadratne jednačine oblika $ax^4+bx^2+c=0$; Kubne jednačine oblika $ax^3+bx^2+cx+d=0$; Jednačine višeg reda sa simetričnim koeficijentima; Iracionalne jednačine i nejednačine u kojima se pojavljuje $\sqrt{f(x)}$, gdje je $f(x)$ funkcija prvog ili drugog stepena; Eksponencijalne jednačine (oblika $af(x)=ag(x)$) i nejednačine (oblika $af(x)<ag(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Logaritamske jednačine (oblika $\log_a f(x)=\log_b g(x)$) i nejednačine (oblika $\log_a f(x)<\log_b g(x)$), pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena; Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog i jedna drugog stepena; Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Rješavanje kvadratnih jednačina dovesti do nivoa automatizma. Demonstrirati kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine. Usvojiti Vietove formule i primjenjivati ih. Primjenjivati kvadratne jednačine u drugim predmetima i u jednostavnim problemskim zadacima. Kvadratne nejednačine rješavati grafički i analitički. Rješavanje sistema jednačina sa dvije nepoznate interpretirati grafički (uz korištenje odgovarajućeg interaktivnog sadržaja). Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina; ovladati tehnikom i metodom njihovog rješavanja.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. grafički prikaz podataka); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. prigušene oscilacije, problemi kretanja, ubrzano kretanje, transferzalni valovi, kosi hitac, kola istosmjerne i naizmjenične struje); Hemija (npr. radioaktivni raspad); Biologija (npr. razmnožavanje mikroorganizama)

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici razvijaju svijest o posjedovanju kompetencija za rješavanje određenih problemskih situacija, što pozitivno utiče na razvijanje samopouzdanja, daje im mogućnost za djelovanje i potiče ih da budu korisni sebi i zajednici. Vizualizacijom, upotrebom pojmova i matematičke terminologije učenici razvijaju komunikaciju koja sadrži matematičke dokaze i argumente. Učenici trebaju da koriste razne IKT alate u svrhu kreiranja ideja kao i mogućih rješenja problemskih situacija. Pri tome prepoznaju rizike i opasnosti korištenja IKT-a i u odnosu na to odgovorno postupaju.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.II.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze u trigonometriji

Analizira svojstva trigonometrijskih funkcija

Primjenjuje obrasce iz oblasti trigonometrije

Transformiše trigonometrijske izraze

MTP-2.1.2

B.II.2

Prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom različitih zapisa, grafika, te

Crta grafike trigonometrijskih funkcija

Objašnjava svojstva grafika trigonometrijskih funkcija

generalizuje na osnovu njih.

Pretvara matematičke modele u nove - adicione i ostale trigonometrijske formule

Rješava jednostavne trigonometrijske jednačine

KLJUČNI SADRŽAJI

Vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla (upotreba kalkulatora ili tablica); Osnovni trigonometrijski identiteti; Periodičnost, parnost i znak trigonometrijskih funkcija; Svođenje na prvi kvadrant. Grafici osnovnih trigonometrijskih funkcija: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$; Transformacije trigonometrijskih funkcija (adicione teoreme, trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i poluugla); Jednostavne trigonometrijske jednačine (npr. $\sin x + 5 + 2\sin x = 8 + 5\sin x - 2$, $2\cos 2x - 3\cos x + 1 = 0$ i sl.)

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Ponoviti pojam radijana. Definirati trigonometrijsku kružnicu i trigonometrijske funkcije oštrog ugla na trigonometrijskoj kružnici uz obaveznu geometrijsku ilustraciju. Osnovni trigonometrijski identitet koristiti za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija. Korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljivati trigonometrijske izraze. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici (periodičnost trigonometrijskih funkcija, trigonometrijske funkcije negativnog argumenta), te njihovoj primjeni na svođenje trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant. Korištenjem interaktivnih digitalnih sadržaja (npr. GeoGebra) demonstrirati grafike trigonometrijskih funkcija uz uočavanje njihovih osobina i pravila, te analizu istih. Uočavati veze među trigonometrijskim formulama putem njihovog izvođenja. Proširiti vještine rješavanja jednačina na jednostavne trigonometrijske jednačine spoznavajući nove strategije.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Informatika (npr. kompjuterske simulacije trigonometrijskih funkcija); Fizika i srodni stručni predmeti (npr. statika i dinamika); Geografija (npr. mjerenje udaljenih objekata, mjerenje zemljišta); Praktična nastava (npr. računanje materijala potrebnih za gradnju objekta).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenici usvajaju nove načine matematičkog izražavanja i predstavljanja svijeta oko sebe, razvijaju sposobnost posmatranja, logičko promišljanje i zaključivanje, urednost i preciznost, te samopouzdanje i samoeфикаsnost. Učenici vizualiziraju, osposobljavaju se da definišu, pronalaze trigonometrijske zavisnosti između veličina.

Srednje III

Godine učenja i podučavanja predmeta: 12.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže grafički i usmeno.

Predstavlja jednačinu prave u raznim oblicima

Predstavlja grafički krive drugog reda

Primjenjuje obrasce iz oblasti analitičke geometrije u ravni

MTP-3.1.1

KLJUČNI SADRŽAJI

Koordinatni sistem u ravni; Rastojanje između dvije tačke; Koordinate središta duži i težišta trougla; Jednačine prave u ravni; Uslov paralelnosti i normalnosti pravih; Presjek dvije prave; Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku; Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke; Konusni presjeci – krive drugog reda: kružnica, elipsa, hiperbola, parabola

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline – metodičke smjernice

Sadržaje ove tematske cjeline uvesti ilustrovanjem pojmova i odnosa koji se uvode u njoj. Određivati položaj i udaljenost tačaka u koordinatnom sistem. Zbog važnosti vježbati prevođenje jednačine prave iz jednog oblika u drugi, ističući značenja svih sastavnih dijelova nekog oblika. Insistirati na skiciranju i razlikovanju bitnih elemenata krivih drugog reda.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika i srodni stručni predmeti (npr. geometrijska optika); Informatika (npr. kompjuterska simulacija crtanja krivih drugog reda na osnovu datih uslova); Praktična nastava (npr. pozicioniranje objekta u prostoru, upotreba krivih drugog reda pri izradi praktičnih radova).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Učenik razvija sposobnost logičkog i prostornog razmišljanja i predstavljanja datog problema na različite načine. Vizualizacijom uz pomoć različitih softvera (GeoGebra, Auto Cad, ...) analizira i izvodi zaključke, te generalizuje. Kombiniuje metode i različitim pristupima dolazi do rješenja, te tako razvija kreativnost.

B Algebra, C Geometrija i mjerenja

B.III.1

Analizira svojstva geometrijskih likova i tijela koristeći odgovarajuće mjerne jedinice u procesima mjerenja

Modelira geometrijska tijela prema njihovoj mreži

Primjenjuje formule za površinu i zapreminu figura

Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života

KLJUČNI SADRŽAJI

Površina trougla, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama i mnogougla; Heronov obrazac; Površina kruga i njegovih dijelova; Rogljasta tijela (piramida, prizma); Površine i zapremine uspravnih tijela; Rotaciona tijela (valjak, kupa, lopta); Površine i zapremine uspravnih tijela, lopte i njenih dijelova.

PREPORUKE ZA OSTVARENJE ISHODA

1. Mogućnosti efikasnog učenja i poučavanja tematske cjeline– metodičke smjernice

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije i stereometrije, uz pravilno korištenje naziva i uočavanje veza među formulama. Posebno naglašavati primjenu planimetrije u stereometriji. Sistematizaciju pratiti odgovarajućim slikama. Geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike doći do određenih zaključaka. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Isticati samo one bitne za zadatak. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Po mogućnosti koristiti 3D figure koje bi učenici samostalno izrađivali u okviru praktične nastave.

2. Mogućnosti ostvarivanja međupredmetne povezanosti – međupredmetne korelacije

Sadržaje ove tematske cjeline je moguće korelirati sa sadržajima iz sljedećih predmeta: Fizika (npr. Arhimedov zakon); Informatika (npr. video prezentacije nastanka krnjih tijela i dijelova lopte); Praktična nastava (npr. izrada modela i šablona, računanje potrebnog materijala za gradnju).

3. Mogućnosti odgojnog djelovanja i razvoja ključnih kompetencija – kompetencijski pristup

Kod učenika razviti sposobnost misaone vizualizacije objekata i prostornih oblika (misaono kretanje objekata i snalaženje sa geometrijskim oblicima objekata i njihovim položajima). Razviti osjećaj za geometrijske aspekte svijeta koji nas okružuje i oblike koji formiraju objekti oko nas. Upotrebom programa dinamičke geometrije učenici će steći osjećaj za vizualizaciju i analizu. Istraživanje geometrijskih tijela u prostoru će svakako doprinijeti razvoju kreativnog i kritičkog mišljenja. Učenik prepoznaje ulogu ove tematske cjeline u nauci, kulturi, umjetnosti i tehnologiji.

PK5 – Učenje i podučavanje

Matematika - Učenje i podučavanje

Moderna nastava matematike treba težiti osposobljavanju učenika da matematički rasuđuju, da preispituju moguća rješenja, da pronalaze i rješavaju probleme, udaljavajući se što više od pukog pamćenja postupaka i mehaničkog pronalaženja odgovora. Ona treba težiti logičkim i matematičkim dokazima u kojima nastavnik nije jedini autoritet u provjeri istinitosti.

Razvijanje konceptualnog znanja kao osnove za matematičko rasuđivanje

Učenje treba da bude osmišljeno tako da učenici uče matematiku sa razumijevanjem, aktivno gradeći nova znanja na osnovu iskustva i predznanja. Pri tome ih treba na izazovan način motivirati da samostalno istražuju i uče. Učenicima nije dovoljno pamtiti matematičke postupke i pojmove izolovano jedne od drugih. Naime, malo je vjerovatno da će ih učenici moći fleksibilno primijeniti ako ne razumiju širu sliku zašto nešto rade i kako su sadržaji povezani. Cilj bi trebao biti pomoći učenicima da izgrade bogate, međusobno povezane mreže znanja. Učenici bi trebali uočavati povezanost matematičkih ideja, umjesto da na njih gledaju kao zasebne i isključne ideje. Na primjer, nastavnici bi trebali postavljati pitanja i iznositi probleme koji pomažu učenicima da vide kako su razlomci, decimalni brojevi i procenti povezani jedni s drugima. Suprotno tome bi bilo bavljenje razlomcima, decimalnim brojevima i procentima u odvojenim poglavljima i učenicima ne bi bila skrenuta pažnja na činjenicu da se oni često koriste kao različiti prikazi istih veličina. Radi ostvarivanja ovog cilja nužno je u nastavi konzistentno primjenjivati princip sistematičnosti. Dublje razumijevanje se može podsticati i kroz iskustveno učenje, korištenje efektivnih vizualizacija i projekte situirane u autentične kontekste. Budući da podučavanje treba da ide dalje od površinskog nivoa, važno je razmisliti o tome kako pomoći učenicima da produbljaju razumijevanje važnih matematičkih ideja. Konačan rezultat kod učenika treba da bude takav da učenici matematiku doživljavaju kao povezano tijelo znanja, koje se ne sastoji od izolovanih pravila i postupaka koji međusobno nisu povezani na koherentan način.

Razvijanje kompetencija za rješavanje problemskih situacija

Konceptualno razumijevanje osnova je za sveobuhvatno, integrirano i funkcionalno korištenje matematičkih ideja. Očit pokazatelj prirodnog spoja konceptualnog i proceduralnog znanja je sposobnost predstavljanja matematičkih situacija na različite načine i spoznaja kako različiti pristupi mogu biti korišteni u različite svrhe. Proceduralno znanje podrazumijeva poznavanje procedura, njihovo pravilno korištenje i fleksibilnost u primjeni. To podrazumijeva analizu metoda i postupaka za izračune pisanim postupkom, mentalnim metodama ili manipulativnim materijalima. Strateška kompetencija odnosi se na sposobnost formuliranja matematičkih problema, njihovog predstavljanja i rješavanja. Proceduralno znanje se može razvijati tako što se procedure u početku detaljno modeliraju od strane nastavnika, a onda se postepeno kontrola u izvršavanju procedura prepušta učenicima. Nivo zahtijevnosti zadataka treba u svakom trenutku biti usklađen sa trenutnim nivoom sposobnosti učenika. Učenici aktivno grade znanje tokom procesa rješavanja problema. Dok to rade, razvijaju pozitivan stav o smislenosti matematičkih sadržaja, kao i ličnu sposobnost rasuđivanja u novim situacijama. Tok rješavanja problemskih zadataka (situacija) treba sadržavati sljedeće segmente:

- osmišljavanje problema i ustrajavanje u njihovom rješavanju,
- stvaranje održivih argumenata i kritikovanje tuđih obrazloženja,
- matematičko modelovanje,
- strateško upotrebljavanje odgovarajućih alata,
- preciznost.

Odgovornost nastavnika je da stvori okruženje u učionici u kojem učenici mogu slobodno iznijeti svoje razmišljanje i poštovanje te cijeliti međusobnu saradnju i doprinos drugih. Ovo nije jednostavan zadatak,

pogotovo ako učenici nisu navikli dijeliti svoje matematičko razmišljanje jedni s drugima. Međutim, ovo je jako važan cilj, jer pruža učenicima mogućnost da kritički uporede svoja i tuđa razmišljanja.

Podsticanje pozitivnog stava prema matematici i njenom istraživačkom karakteru

U okviru nastavnog procesa potrebno je kontinuirano podržavati učeničku radoznalost i želju za novim znanjima, te hrabriti istrajnost u rješavanju postavljenih zadataka. Učenje i podučavanje treba biti bazirano na istraživačkom radu u kojem se problemi vežu za učeničke interese čime će se povećati njihova motivacija. U tom radu sugerisati upotrebu IKT-a u cilju razvoja sposobnosti kritičkog mišljenja i spremnosti za praktičnu primjenu znanja. Veoma je važno da nastavnici i učenici imaju redovan pristup tehnologijama koje podržavaju i unapređuju matematičko obrazloženje, rješavanje problema i komunikaciju. Kada se nastavnici strateški koriste tehnologijom, mogu pružiti veći pristup matematičkim znanjima za sve učenike.

Učenicima treba pomoći da od svojih intuitivnih prikaza dođu do konvencionalnih prikaza uz pomoć tehnologije. Umjesto da traže od učenika da izrađuju grafikone i tabele pomoću unaprijed zadanih simboličkih prikaza funkcija, nastavnici mogu tražiti od učenika da objasne kako se specifični aspekti svakog prikaza međusobno mogu povezati. Dok učenici razmatraju kako na više načina reprezentovati matematičke ideje, mogu razmišljati o tome koji su prikazi najefikasniji u određenim situacijama.

Razlike u osnovnoškolskom i gimnazijskom pristupu nastavi matematike

Induktivni pristup podučavanja matematike dominira u razrednoj nastavi, dok se u predmetnoj nastavi osnovne škole koristi kombinacija induktivnog i deduktivnog pristupa podučavanja. Nasuprot njima u srednjoj školi je zastupljen deduktivni pristup, čime se srednjoškolsko podučavanje nastavnog predmeta "približava" matematici kao nauci.

Idući od 1. razreda osnovne škole prema 4. razredu srednje škole od učenika se očekuje sve veća samostalnost u radu i ozbiljnost u pristupu matematičkim sadržajima, te sve veća sposobnost logičkog mišljenja i optimalnog rješavanja problema kako školskih, tako i onih iz svakodnevnog života. Treba imati na umu da moderno doba donosi nove izazove, te da su stariji učenici zahtjevniji i žele konkretne i zanimljive primjere na nastavi.

Pri rješavanju zadataka u nižim razredima učenici u savremenoj nastavi matematike, modeliraju problemske situacije koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima dok u višim razredima koriste apstraktne matematičke forme.

Ostvarivanje međupredmetne povezanosti

Integracija matematike u druge predmete tjera učenike da razmišljaju o „stvarnom svijetu“, utiče na učenike da razmišljaju o tome zašto se stvari događaju, pružajući im praktičan pristup učenju i korištenju matematike. Time učenici stiču širinu i spoznaju značaj primjene matematike, što im omogućava razvoj novih ideja i vještina, te produbljivanje postojećih.

Ljudski mozak traži obrasce i međusobne veze kao svoj način razumijevanja stvari. Izvođenjem nastave tako da učenici uče samo jedan predmet na jednom času, predmeti nemaju umreženost. Učenici najbolje uče i bolje razumiju ono o čemu uče kada gradivo mogu povezati s prethodnim učenjem ili s različitim područjima učenja. Integriranjem i povezivanjem matematike s drugim predmetima i čineći je dijelom našeg svakodnevnog života zaista pomaže da postane zabavna i zanimljiva za učenike. Stoga je potrebno da nastavnik zna šta učenici uče iz pojedinih predmeta kako bi mogao integrisati i povezati učenje matematike sa drugim područjima učenja (drugih predmeta), čime bi proces podučavanja bio olakšan i unaprijeđen.

Moguće je ostvariti povezivanje matematike sa mnogim predmetima i oblastima:

- historija (npr. napisati izvještaj ili esej o matematičarima određenog doba, saznajte više o historiji satova, saznati kako su razne kulture računale vrijeme kroz historiju i o tome napisati izvještaj, učiti o historiji skala i eksperimentisati s različitim vrstama skala, saznati više o historiji valuta).

- prirodne nauke-fizika, hemija, biologija, geografija (koristiti različite oblike prikaza za računanje nekih fenomena ili pojava, npr. udaljenost između Sunca i svakog planeta pomoću eksponencijalnog oblika, istražiti vrijeme trajanja „raspada“ određenih radioaktivnih elemenata ili veličinu bakterija i virusa koristeći negativne eksponente, istražiti naučne činjenice, kao što je tačka vrenja i ledišta tekućina, topljenje i ledišta čvrstih materija i temperature planeta, analiza kiše tokom određenog vremenskog perioda za određeno područje i izraditi grafikon, matematičkim činjenicama dokazati razne zakone fizike, izmjeriti i prikupiti naučne podatke i koristiti grafikone, liste, tabele itd.). Za organiziranje podataka, planirati putovanje kopnom, morem ili zrakom, čitati koordinate mreže i pronalaziti mjesta na karti pomoću zemljopisne širine i dužine. Pomoću razmjere karte odredite udaljenosti između dviju tačaka na karti kako biste saznali o povezanosti razmjere i stvarne udaljenosti, koristiti Lego ili neke druge kockice ili blokove za izradu replika poznatih zgrada, spomenika ili građevina, i razgovarati o matematičkim pojmovima poput obima, površine i volumena).
- umjetnost (npr. stvorite geometrijsku čestitku pomoću oblika koji su podudarni ili slični ispitati umjetnička djela koja uključuju geometrijske oblike, stvoriti umjetničko djelo koristeći perspektivu i omjer).
- jezik (dati pisana objašnjenja za rješenja matematičkih problema, čitati priče koje uključuju brojanje, matematičke činjenice, kreirati matematički časopis).
- informatika (povezati Booleovu algebru i oblast matematičke logike i skupova kao i logička kola, tabele u Excelu sa osnovnim matematičkim operacijama i pojmovima, upotreba matematike pri konverziji brojevnihi sistema i dr.).
- sport (rezultate mjerenja koja dobijemo na časovima sporta možemo prikazati pomoću raznih prikaza: piktograma, kružnih dijagrama, raznih grafikona i sl.)

Individualizacija i diferencijacija nastavnog procesa

U idealnom slučaju (svijetu) nastavnici dopiru do svih svojih učenika pružajući cijelom odjeljenju izvrsno iskustvo. No, realno, svi učenici su različiti i svako uči vlastitim tempom, što zahtijeva prilagodbu nastave, odnosno diferencijaciju i individualizaciju nastavnog procesa. Diferencirani oblik nastave treba koristiti za podučavanja grupe učenika. Pri tome je vrlo važno da su grupe fleksibilne, odnosno da nisu isti učenici u istoj grupi za svaku aktivnost ili zadatak.

Individualizovana nastava usmjerena je na potrebe pojedinog učenika. Podučavanje je specifično i usmjerava se prema potrebi. Ovaj vid nastave može se koristiti samostalno ili može biti dio diferencirane nastave. Da bi se nastavni ciljevi i zadaci mogli primijeniti u okviru individualizovane nastave, oni moraju biti jasni, specifični, korisni onima koji rade na njihovom postignuću i moraju biti u skladu s jednom od modernih taksonomija.

Pojam individualizirane nastave je često koristan kod podučavanja djece sa posebnim potrebama. Pod tim pojmom najčešće podrazumijevamo djecu sa teškoćama u razvoju, ali bitno je napomenuti da tu spadaju i nadareni učenici. Pripremanjem materijala i programa, učitelj se kreće za potrebama učenika i dalje otkriva kome i u kojoj mjeri treba pružiti pomoć. Kod djece sa teškoćama u razvoju jako je bitno ustanoviti nivo psihofizičkih sposobnosti potrebnih za praćenje nastave matematike. Nakon opservacije, a u saradnji sa pedagoško/psihološkom službom pravi se individualizirani plan i program prilagođen svakom pojedinom učeniku. Matematika ima širinu koja omogućava da se u okviru svake nastavne jedinice može izdvojiti dio koji dati učenik može shvatiti i savladati u okviru svojih mogućnosti. Nekim učenicima više odgovara rad koji uključuje geometrijske oblike i pravila, dok se drugi bolje snalaze sa brojevima. Matematika omogućava korespondenciju između takvih, naoko različitih formi, te omogućava učeniku da pojmi i poveže stvari za koje nije mislio da je moguće. Također je važna i vizualizacija i slikovni prikaz, kako problema koji rješavamo, tako i dijelova novog gradiva. Pri samoj izradi individualiziranog programa najvažnije je realno postaviti zahtjeve i nivo vrednovanja. Postavljanjem realnih zahtjeva možemo omogućiti svakom djetetu uspjeh u okviru njegovih mogućnosti, a bez izazivanja frustracija i gubitka motivacije za rad i napredovanje.

Pri radu sa talentovanim učenicima, a koji također zahtjeva relativno individualiziran pristup, oscilacije kod načina rada i vrednovanja su dosta manje. Otkrivanje a onda identifikacija učenika nadarenih za matematiku se vrši procjenjivanjem znanja, vještina, sposobnosti, afiniteta i interesovanja učenika od strane nastavnika (eventualno na prijedlog roditelja ili pedagoga): nadarena djeca mogu da slijede uputstva nastavnika i da rade samostalno, imaju kreativan pristup pri rješavanju zadataka, njihovi radovi su originalni, često pokazuju interesovanja za rješavanje problema iznad njihove uzrasne grupe itd. U okviru dodatne nastave iz matematike takvim učenicima se daje uvid u oblasti koje nisu sastavni dio redovnog programa, a način njihovog prihvatanja i shvatanja istih omogućava nam uvid u stepen njihove darovitosti. Talentovani učenik najbolje uspijeva uz mentorski rad. Jedan od glavnih zadataka učitelja jest naučiti učenika kako da uči i na taj način ga pozitivno motivirati, oslobađajući u njemu sve unutrašnje snage za postizanje boljeg uspjeha, te mu omogućiti da razvija matematičko mišljenje kroz bogatstvo ideja i metoda.

PK6 – Vrednovanje u predmetnom kurikulumu

Matematika – Vrednovanje i ocjenjivanje

Prilikom planiranja vrednovanja učeničkih postignuća nužno je uvažiti odgojno-obrazovne ishode i ciljeve predmeta. Opći ciljevi predmeta sugeriraju da se učeničke kompetencije trebaju razvijati i vrednovati u oblastima primjene matematičkog jezika i pojmova kroz interpretiranje, modeliranje i rješavanje problemskih situacija, razvoja logičkog, kritičkog i kreativnog mišljenja, te razumijevanje veze matematike sa drugim naukama. Osim toga, jedan od bitnih ciljeva je i razvijanje radnih navika, te pozitivnih osobina (tačnost, urednost, preciznost, ustrajnost,..), a što svakako utiče na proces vrednovanja. Shodno navedenom, učenička postignuća treba vrednovati kroz sljedeće dimenzije: prisjećanje informacija i procedura, objašnjavanje i korištenje matematičkih operacija i pojmova, te rješavanje problemskih situacija.

Cijeli proces vrednovanja moraju pratiti i odgovarajuće metode podučavanja, što znači da sve mora biti međusobno usklađeno. Loš primjer bi bio da se prema nekom odgojno-obrazovnom ishodu očekuje da učenik može nešto analizirati, a da prilikom vrednovanja koristimo zadatke koji očekuju činjenično znanje.

Vrednovanje uključuje praćenje i ocjenjivanje ostvarenosti planiranih odgojno-obrazovnih ishoda. U toku praćenja potrebno je kontinuirano voditi evidenciju o nivou kompetencija učenika, a ocjenjivanje najčešće podrazumijeva brojčanu ili opisnu ocjenu na kraju perioda učenja. Svrha vrednovanja je da se utvrdi u kojoj mjeri su odgojno-obrazovni ishodi učenja ostvareni, odnosno da se utvrdi nivo postignutosti učeničkih kompetencija.

Oblici vrednovanja znanja, vještina i stavova učenika, s obzirom na osobu/instituciju koja provodi vrednovanje:

- vanjsko (eksterno) vrednovanje (npr. matura, PISA, TIMSS),
- unutrašnje (interno) vrednovanje (npr. kontrolni rad),
- samovrednovanje,
- vršnjačko vrednovanje.

S obzirom na svrhu vrednovanja razlikujemo:

- dijagnostičko,
- formalno (unaprijed najavljeno) i neformalno (praćenje rada na nastavi),
- formativno (daje povratnu informaciju i učeniku i nastavniku koji dio gradiva je dobro naučen, a koji nije, koja metoda je dobra, a koja nije, i sl. Dakle, odnosi se na prikupljanje i interpretaciju podataka o napredovanju učenika uopšte,
- sumativno (ukupna uspješnost).

Postavlja se pitanje šta treba i kako vrednovati. Treba se voditi sljedećim:

- vrednovati šta učenik zna i kako razmišlja,
- pratiti napredak učenika kao sastavni dio nastavnog procesa,
- postavljati zahtjeve koji traže poznavanje i povezivanje više matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti različite metode i postupke vrednovanja,
- uključivati i obavezne usmene odgovore i demonstraciju znanja pred tablom,
- obratiti pažnju rješavanju kompleksnih zahtjeva
- koristiti pomoćna sredstva.

Izbjegavati:

- vrednovati šta učenik ne zna,
- postavljati zahtjeve koji traže primjenu samo jednog ili dva postupka,
- obraćati pažnju izolovanom poznavanju matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti isključivo pisane zadatke i testove,
- vrednovati broj tačno riješenih zadataka na pismenom ili broj tačnih odgovora na testu sa isključivim ciljem da se učeniku dodijeli brojčana ocjena,
- ograničavati korištenje pomoćnih sredstava.

Vrednovanje je neodvojivo od svih aktivnosti koje nastavnik izvodi u učionici. Učinkovito vrednovanje podrazumijeva prikupljanje raznovrsnih informacija do kojih se dolazi u svim fazama učenja i podučavanja, kao i samovrednovanje učenika i vršnjačko vrednovanje, koji su važan segment formativnog vrednovanja. Učenici sami vrednuju svoj rad, prepoznaju greške, odlučuju kako trebaju dalje učiti i sl. Vještina samovrednovanja se razvija tako što nastavnici aktivno uključuju učenike u proces vrednovanja tako što će vrednovati određene zadatke, prezentacije i sl. kako svoje tako i svojih kolega. Učenicima treba jasno objasniti šta se vrednuje u okviru nastavnog predmeta Matematika. Osnovu za vrednovanje čine ciljevi, odgovarajući odgojno-obrazovni ishodi i indikatori. Za svaki element treba dati obrazloženje kako se vrednuje.

Postoji usmeno i pisano provjeravanje znanja, a pisane provjere mogu imati pitanja otvorenog tipa i pitanja zatvorenog tipa. Kod pisanih provjera, rezultate je moguće interpretirati na dva načina: kriterijski (unaprijed utvrđeni standardi i kriteriji) i normativno (postignuća učenika procjenjuju se na osnovu postignuća drugih učenika, a ne govori se o stvarnom znanju učenika). Kod normativnog pristupa se ocjene prilagođavaju grupi, što nije dobro, jer za iste rezultate u različitim vremenskim okvirima učenici dobijaju različite ocjene. Osim pisanog i usmenog provjeravanja znanja, moguće je koristiti i neke druge vidove provjere znanja: projekti (koji nastaju kao rezultat projektne nastave), prezentacije (koje nastaju kao rezultat istraživanja određenih tema), učenički portfolioji (koji nastaju kao zbirka svih materijala na kojim je učenik radio), itd.

Nastavnik sam kreira svoj način vrednovanja tako da on bude u skladu sa odgojno-obrazovnim ishodima učenja i korištenim metodama i strategijama podučavanja. Pitanje/problem za provjeru znanja treba odražavati nivo odgojno-obrazovnih ishoda, što znači da su glagoli iz odgojno-obrazovnog ishoda smjernica za izbor sadržaja. Posebno treba biti oprezan kod kreiranja zadataka za mjerenje viših nivoa kognitivnih procesa i znanja. Ishode učenja trebaju pratiti odgovarajući kriteriji vrednovanja prema kojima možemo utvrditi da li su ostvareni.

Osim davanja brojčane ocjene, veoma je važno učenicima dati i povratnu informaciju o njihovim postignućima koja uz osvrt na određeni odgojno-obrazovni ishod ističe kako je vrednovanje izvršeno, šta je učenik odlično uradio, na čemu treba raditi i kako će postići uspjeh u tom segmentu/procesu. Kvalitetna povratna informacija omogućava učenicima da svjesno utiču na određene segmente svog učenja, te tako poprave uspjeh.

Profil i stručna sprema

Razredna nastava

Od I do V razreda nastavu matematike izvode nastavnici razredne nastave.

Nastavnik razredne nastave ima visoku stručnu spremu i izvodi nastavu u I, II, III, i IV razredu, a nastavu može izvoditi zaključno s V razredom.

Nastavu u osnovnoj školi izvode osobe sa završenim VI ili VII stepenom stručne spreme, kao i osobe sa završenim I (prvim) ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa u trogodišnjem trajanju, sa najmanje ostvarenih 180 ECTS bodova odgovarajućeg (nastavničkog) smjera i stečenim zvanjem: nastavnik, odnosno profesor, odnosno bakalaureat/bachelor (Nastavu u osnovnoj školi izvode osobe sa završenim VI ili VII stepenom stručne spreme, kao i osobe sa završenim I (prvim) ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa

u trogodišnjem trajanju, sa najmanje ostvarenih 180 ECTS bodova odgovarajućeg (nastavničkog) smjera i stečenim zvanjem: nastavnik, odnosno profesor, odnosno bakalaureat/bachelor. (U osnovnoj školi radni odnos mogu zasnovati lica koja su završila prvi ciklus bolonjskog visokoobrazovnog procesa do kraja 2020/2021 školske godine. Ova lica su obavezna završiti II ciklus bolonjskog visokoobrazovnog procesa u roku od četiri godine od stupanja na snagu ovog zakona. U osnovnoj školi radni odnos mogu zasnovati i lica koja su stekla VI stepen stručne spreme po predbolonjskom sistemu studiranja. Ova lica su obavezna doškolovati se, u roku od tri godine, od dana donošenja programa doškolovanja. – Član 16. dopune Člana 121. Sl. novine br. 33/21)

Nastavu iz predmeta Matematika u petom razredu devetogodišnje osnovne škole mogu izvoditi učitelji/nastavnici/profesori razredne nastave.

- Završen Prirodno matematički fakultet (nastavnički smjer), grupa matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je tako naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi;

- Završena Viša pedagoška škola ili Pedagoška akademija-grupa matematika ili gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je tako naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi;

- Filozofski fakultet –grupa matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi.

- Nastavu mogu izvoditi i lica sa završenim I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja (dodiplomski studij) u trajanju od najmanje tri, odnosno četiri studijske godine, sa akademskom titulom i stručnim zvanjem Bakalaureat/Bachelor za određenu oblast, odnosno sa završenim II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja (postdiplomski studij), sa akademskom titulom i stručnim zvanjem Magistra za određenu oblast, odnosno završenim III (trećim) ciklusom studija i naučnim zvanjem Doktor nauka i odgovarajućim stručnim profilom.

Osnovna škola:

Nastavnik predmetne nastave ima visoku stručnu spremu i izvodi nastavu od VI do IX razreda a nastavu može izvoditi i u V razredu na osnovu odluke direktora. Određene predmete izvodi i u I, II, III, IV razredu u skladu s nastavnim planom i programom koji reguliše profil i stručnu spremu nastavnika za taj predmet.

Nastavu u osnovnoj školi izvode osobe sa završenim VI ili VII stepenom stručne spreme, kao i osobe sa završenim I (prvim) ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa u trogodišnjem trajanju, sa najmanje ostvarenih 180 ECTS bodova odgovarajućeg (nastavničkog) smjera i stečenim zvanjem: nastavnik, odnosno profesor, odnosno bakalaureat/bachelor.

Nastavu u osnovnoj školi izvode osobe sa završenim VI ili VII stepenom stručne spreme, kao i osobe sa završenim I (prvim) ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa u trogodišnjem trajanju, sa najmanje ostvarenih 180 ECTS bodova odgovarajućeg (nastavničkog) smjera i stečenim zvanjem: nastavnik, odnosno profesor, odnosno bakalaureat/bachelor.

U osnovnoj školi radni odnos mogu zasnovati i lica koja su stekla VI stepen stručne spreme po predbolonjskom sistemu studiranja. Ova lica su obavezna doškolovati se, u roku od tri godine, od dana donošenja programa doškolovanja –Član 16. dopune Člana 121. Sl. novine br. 33/21)

-Završen Prirodno matematički fakultet (nastavnički smjer), grupa matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je tako naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi;

-Završena Viša pedagoška škola ili Pedagoška akademija-grupa matematika ili gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je tako naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi;

-Filozofski fakultet –grupa matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi.

-Nastavu mogu izvoditi i lica sa završenim I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja (dodiplomski studij) u trajanju od najmanje tri, odnosno četiri studijske godine, sa akademskom titulom i stručnim zvanjem Bakalaureat/Bachelor za određenu oblast, odnosno sa završenim II (drugim) ciklusom

odgovarajućeg studija visokog obrazovanja (postdiplomski studij), sa akademskom titulom i stručnim zvanjem Magistra za određenu oblast, odnosno završenim III (trećim) ciklusom studija i naučnim zvanjem Doktor nauka i odgovarajućim stručnim profilom.

Srednja škola - gimnazija

Općeobrazovnu, stručno-teorijsku, praktičnu i nastavu u okviru laboratorijskog rada, u srednjoj školi izvode lica:

1. Sa završenim najmanje VII stepenom stručne spreme, sa zvanjem profesora, ili završenim drugim fakultetom i položenom pedagoško-psihološkom i metodičko- didaktičnom grupom predmeta,
2. Sa završenim II, odnosno III ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa na nastavničkom fakultetu ili drugom fakultetu i položenom pedagoško-psihološkom i metodičko-didaktičnom grupom predmeta.

Prirodno-matematički fakultet (VII stepen obrazovanja ili drugi ciklus Bolonjskog obrazovanja), Odsjek za matematiku (smjer nastavnički ili opći) i stekli naučni naziv:

- profesor matematike
- diplomirani matematičar
- diplomirani matematičar-informatičar
- magistar matematike
- magistar primjenjene matematike odnosno naučni naslov magistra ili doktora matematičkih nauka

Srednja škola za stručno obrazovanje i obuku – tehničke i stručne škole

Općeobrazovnu, stručno-teorijsku, praktičnu i nastavu u okviru laboratorijskog rada, u srednjoj školi izvode lica:

3. Sa završenim najmanje VII stepenom stručne spreme, sa zvanjem profesora, ili završenim drugim fakultetom i položenom pedagoško-psihološkom i metodičko- didaktičnom grupom predmeta,
4. Sa završenim II, odnosno III ciklusom bolonjskog visokoobrazovnog procesa na nastavničkom fakultetu ili drugom fakultetu i položenom pedagoško-psihološkom i metodičko-didaktičnom grupom predmeta.

Prirodno-matematički fakultet (VII stepen obrazovanja ili drugi ciklus Bolonjskog obrazovanja), Odsjek za matematiku (smjer nastavnički ili opći) i stekli naučni naziv:

- profesor matematike
- diplomirani matematičar
- diplomirani matematičar-informatičar
- magistar matematike
- magistar primjenjene matematike odnosno naučni naslov magistra ili doktora matematičkih nauka